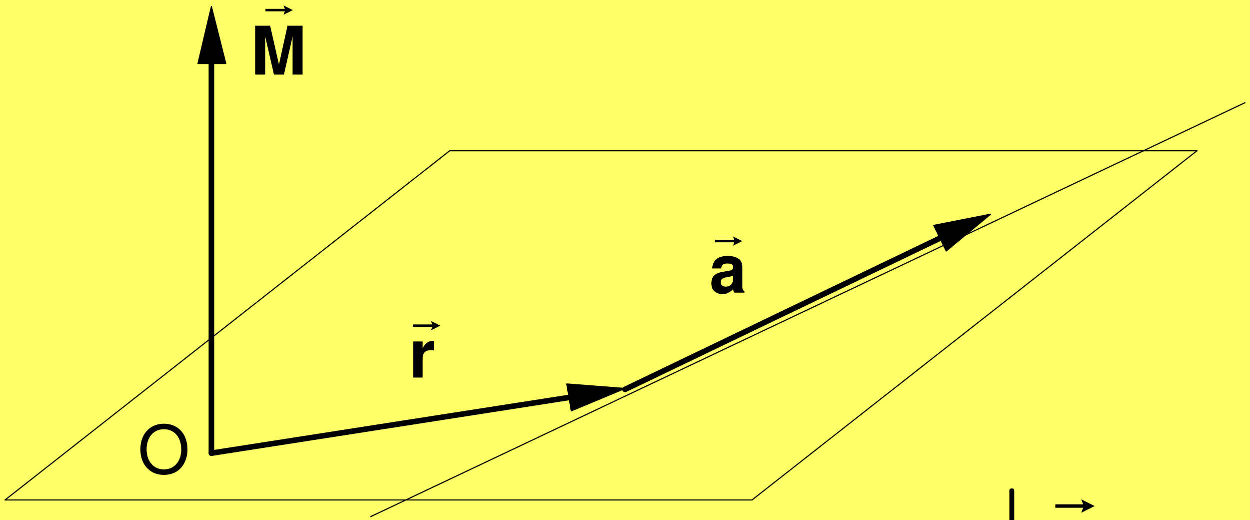
LECCION 2: MOMENTOS Y SISTEMAS DE VECTORES

- Clasificación de vectores.
- Momento central de un vector. Cambio del centro de momentos.
- Momento áxico de un vector.
- Sistemas de vectores deslizantes.
  - Sistemas de vectores concurrentes.
  - Par de vectores.
- Sistemas de vectores ligados paralelos.

CLASIFICACION DE VECTORES

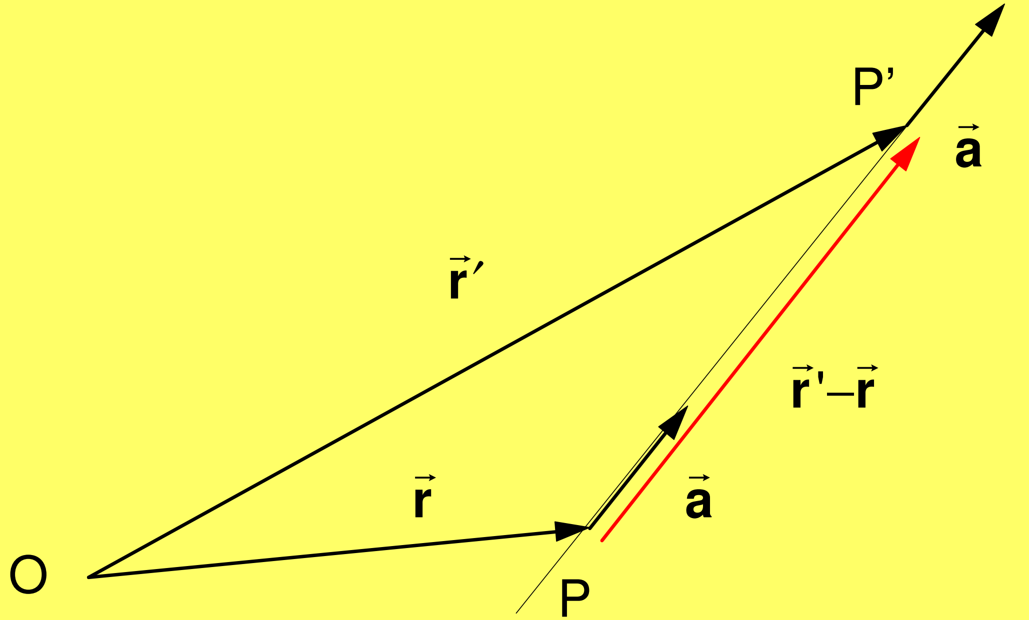
- Libres: módulo, dirección y sentido
- Deslizantes: módulo, dirección, sentido, y línea de aplicación
- Ligados: módulo, dirección, sentido, y punto de aplicación

MOMENTO CENTRAL DE UN VECTOR RESPECTO DE UN PUNTO



$$\vec{M}_O(\vec{a}) = \vec{r} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

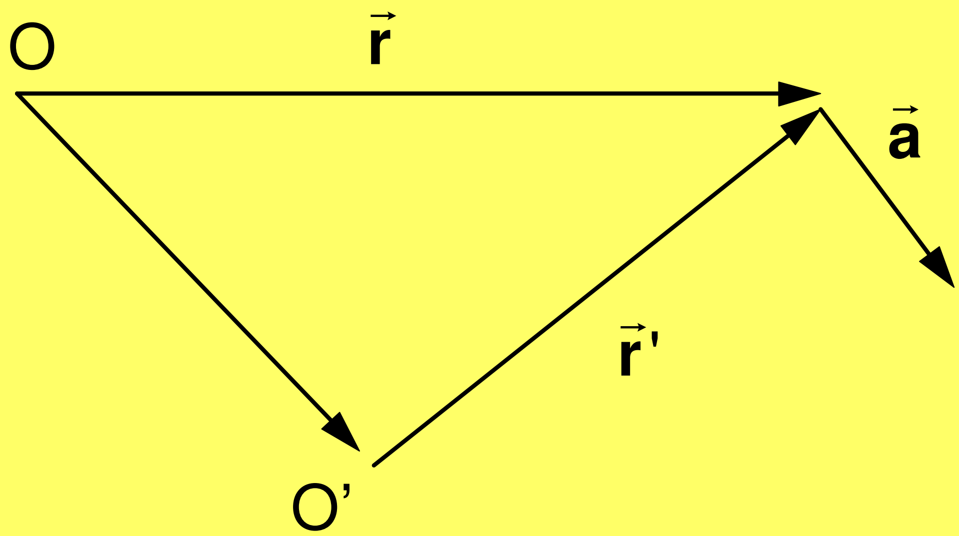
EL MOMENTO CENTRAL DE UN VECTOR DESLIZANTE ES UNICO



$$\vec{M}_O(\vec{a}) = \vec{M}_{OP'}(\vec{a}) = \vec{\mathbf{r}}' \times \vec{\mathbf{a}} = (\vec{\mathbf{r}}' - \vec{\mathbf{r}}) \times \vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{a}} =$$

$$= \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{a}} = \vec{M}_{OP}(\vec{a})$$

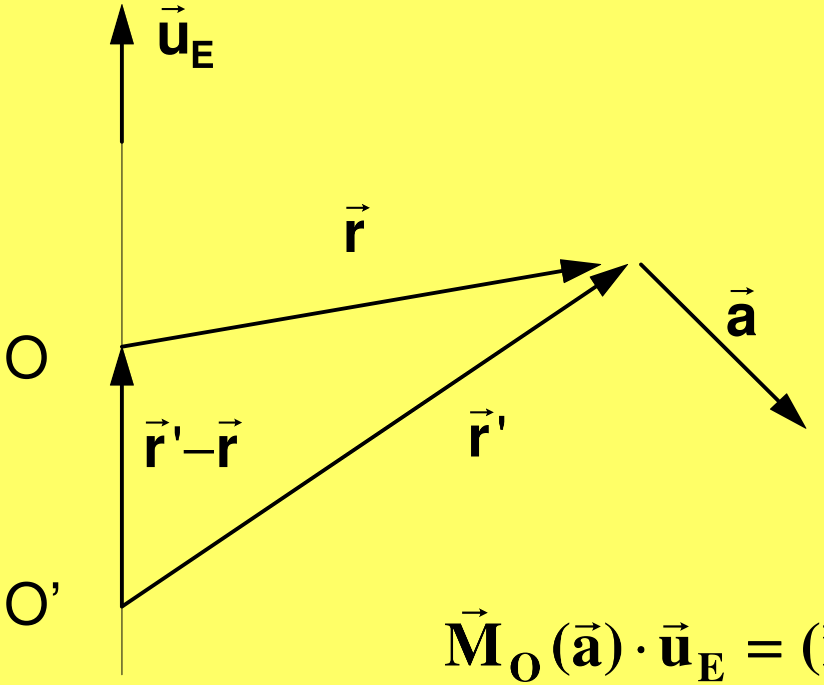
CAMBIO DEL CENTRO DE MOMENTOS



$$\vec{M}_{O'}(\vec{a}) = \vec{r}\,'\times\vec{a} = (\overrightarrow{O'O} + \vec{r})\times\vec{a} = \vec{M}_{O}(\vec{a}) + \overrightarrow{O'O}\times\vec{a}$$

$$\mathbf{\vec{M}_{O'}(\vec{a}) = \vec{M}_{O}(\vec{a}) + \overrightarrow{O'O}\times\vec{a}}$$

MOMENTO ÁXICO DE UN VECTOR



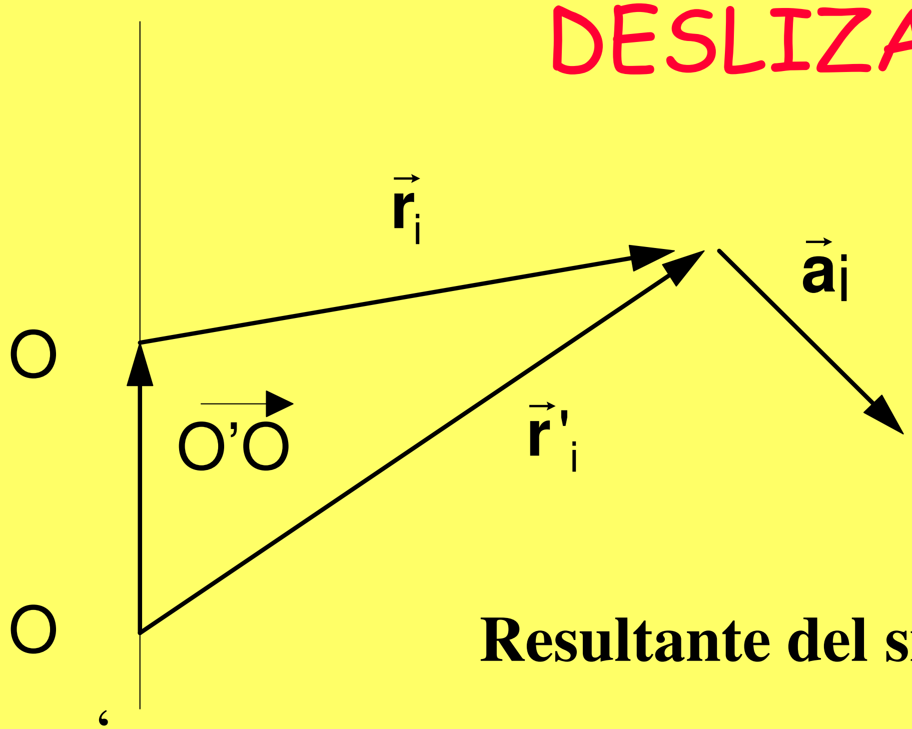
$$M_E(\vec{a}) = \vec{M}_O(\vec{a}) \cdot \vec{u}_E$$

$$\vec{M}_O(\vec{a}) \cdot \vec{u}_E = (\vec{r} \times \vec{a}) \cdot \vec{u}_E$$

$$\vec{M}_{O'}(\vec{a}) \cdot \vec{u}_E = ((\vec{r}'-\vec{r}) \times \vec{a} + \vec{r} \times \vec{a}) \cdot \vec{u}_E = (\vec{r} \times \vec{a}) \cdot \vec{u}_E$$

$$\boxed{\vec{M}_O(\vec{a}) \cdot \vec{u}_E = \vec{M}_{O'}(\vec{a}) \cdot \vec{u}_E}$$

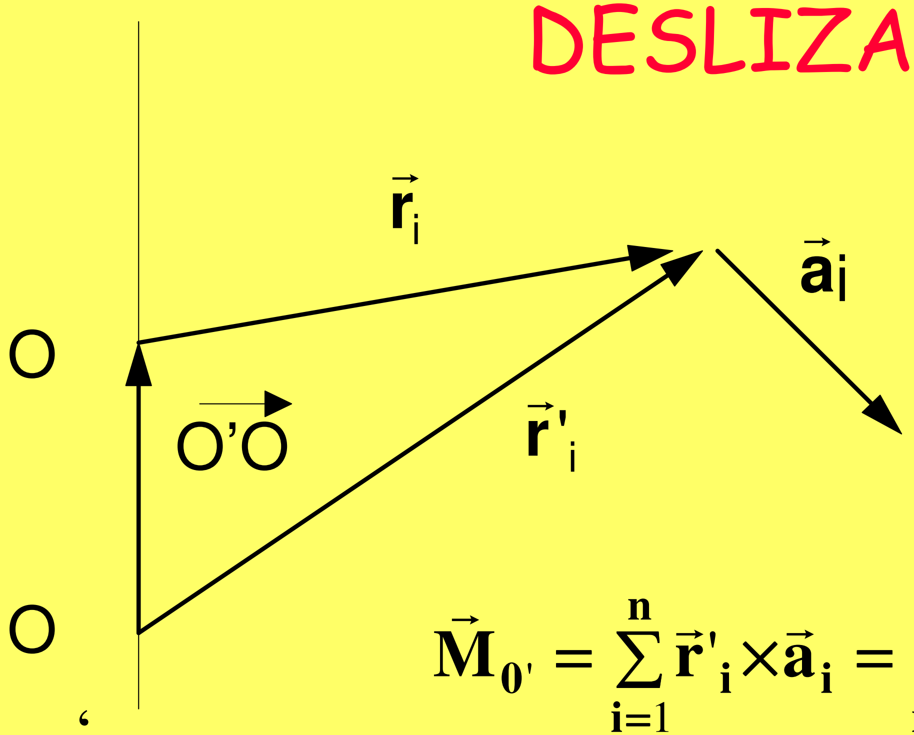
SISTEMAS DE VECTORES DESLIZANTES



Resultante del sistema: $\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i$

Momento resultante del sistema: $\vec{M}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{a}_i$

SISTEMAS DE VECTORES DESLIZANTES



$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i$$

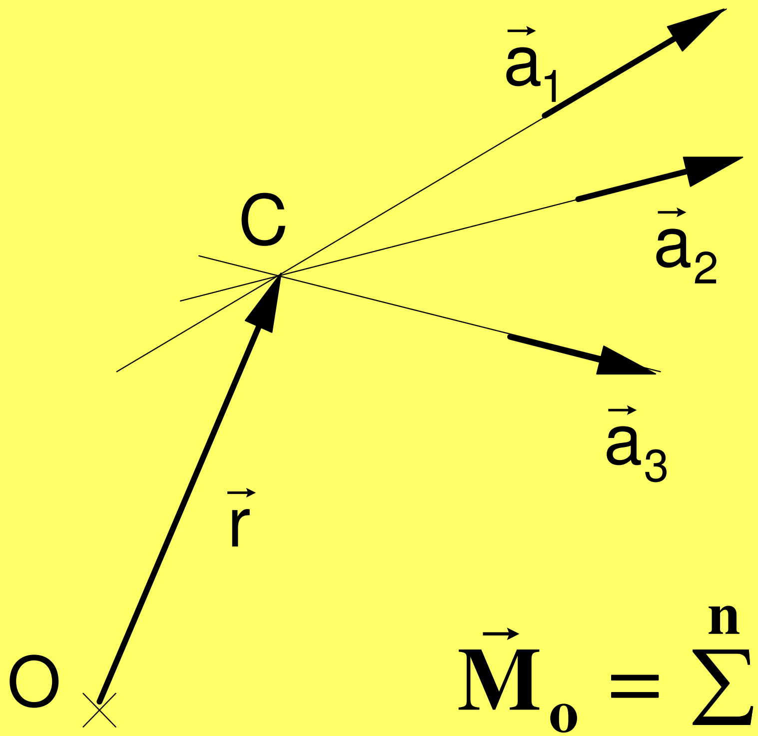
$$\vec{M}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{a}_i$$

$$\vec{M}_{0'} = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}'_i \times \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{n} (\vec{r}_i + \overrightarrow{O'O}) \times \vec{a}_i =$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\vec{r}_i \times \vec{a}_i) + \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{O'O} \times \vec{a}_i = \vec{M}_0 + \overrightarrow{O'O} \times \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i$$

$$\vec{M}_{0'} = \vec{M}_0 - \overrightarrow{OO'} \times \vec{R}$$

SISTEMAS DE VECTORES DESLIZANTES CONCURRENTES



$$\vec{M}_o = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{a}_i = \vec{r} \times \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i = \vec{r} \times \vec{R}$$

SISTEMAS DE VECTORES LIGADOS PARALELOS

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i \right) \vec{u}$$

$$\vec{M}_o = \sum_{i=1}^{n} (\overrightarrow{OA}_i \times \vec{a}_i)$$