LECCION 6: CINEMATICA DEL SOLIDO

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

Tratamos de calcular las velocidades y aceleraciones de algunos puntos significativos de los elementos de un brazo articulado en una posición determinada.

Sólo admitimos articulaciones giratorias y prismáticas.

Conocemos:

- La geometría del brazo (dimensiones y posición).
- Estado cinemático de cada una de las articulaciones:
  - * Art. giratorias: Velocidad y aceleración angulares de un elemento respecto del anterior.
  - * Art. prismáticas: Velocidad y aceleración lineales de un elemento respecto del anterior.

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

- 1º) De acuerdo con los criterios convenidos, se establecen los distintos sistemas de referencia del brazo.
    - Cada elemento del brazo llevará indisolublemente ligado su sistema de referencia correspondiente.

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

- 2º) Se calculan las matrices de transformación que convierten las componentes de un vector expresadas en un sistema de referencia i+1, en las componentes del mismo vector expresadas en el sistema de referencia anterior, i, ${}^{i}A_{i+1}$, para i=0...n-1, y las matrices que convierten las componentes de un vector expresadas en el sistema i, en las componentes del mismo vector expresado en el sistema base, ${}^{0}A_{i}$.

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

- 3º) Se calcula la velocidad angular de cada una de las barras del brazo del robot escrita en el sistema de referencia de la propia barra, ${}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}\vec{\omega}_i + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1/i}$

Como $\quad {}^{i}\vec{\omega}_{i+1/i} = \dot{\varphi}\vec{k}_i \Rightarrow {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1/i} = {}^{i+1}A_i\,{}^{i}\vec{\omega}_{i+1/i}$

$$\boxed{{}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\,{}^{i}\vec{\omega}_i + {}^{i+1}A_i\,{}^{i}\vec{\omega}_{i+1/i}} \qquad i=0\ldots n-1$$

Si la art. es prismática: $\omega_{i+1/i} = 0 \Rightarrow \boxed{{}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\,{}^{i}\vec{\omega}_i}$

Se parte de que $\quad \vec{\omega}_0 = 0$

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

- 4º) Se calculan las velocidades lineales de los orígenes de cada sistema de referencia en las coordenadas propias de ese sistema $^{i+1}\vec{v}_{i+1} = {}^{i+1}\vec{v}_i + {}^{i+1}\vec{v}^{\,rel}_{i+1/i} + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{i+1}$

$^{i+1}\vec{r}_{i+1}$ es el vector que va del origen del sistema i al origen del sistema i+1, escrito en el sistema i+1

Como $^{i+1}\vec{v}_i = {}^{i+1}A_i\, {}^{i}\vec{v}_i \Rightarrow$ $\boxed{^{i+1}\vec{v}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\, {}^{i}\vec{v}_i + {}^{i+1}\vec{v}^{\,rel}_{i+1/i} + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{i+1}}$

i=0…n-1

Si la art. es de revolución: $\vec{v}^{\,rel}_{i+1/i} = 0 \Rightarrow$ $\boxed{^{i+1}\vec{v}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\, {}^{i}\vec{v}_i + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{i+1}}$

Se parte de que $\vec{v}_0 = 0$

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

- 5º) Se calcula la aceleración angular de cada una de las barras del brazo del robot escrita en el sistema de referencia de la propia barra,

$$ {}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1} = {}^{i+1}\vec{\alpha}_{i} + {}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1/i} + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1/i} $$

Como $\quad {}^{i}\vec{\alpha}_{i+1/i} = \ddot{\varphi}\,\vec{k}_i \Rightarrow {}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1/i} = {}^{i+1}A_i\, {}^{i}\vec{\alpha}_{i+1/i}$

$$ \boxed{{}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\, {}^{i}\vec{\alpha}_{i} + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1/i} + {}^{i+1}A_i\, {}^{i}\vec{\alpha}_{i+1/i}} \quad i=0\ldots n-1 $$

Si la art. es prismática: $\vec{\omega}_{i+1/i} = \vec{\alpha}_{i+1/i} = 0 \Rightarrow \boxed{{}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\, {}^{i}\vec{\alpha}_{i}}$

Se parte de que $\quad \vec{\alpha}_0 = 0$

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

- 6º) Se calcula la aceleración lineal del origen del sistema de referencia ligado a cada una de las barras, escrita en el sistema de referencia propio,

$$\boxed{{}^{i+1}\vec{a}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\,{}^{i}\vec{a}_i + {}^{i+1}\vec{a}^{\,rel}_{i+1/i} + 2\,{}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{v}^{\,rel}_{i+1/i} + {}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{i+1} + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge ({}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{i+1})}$$

i=0…n-1

Si la art. es de revolución: $\vec{v}^{\,rel}_{i+1/i} = \vec{a}^{\,rel}_{i+1/1} = 0 \Rightarrow$

$${}^{i+1}\vec{a}_{i+1} = {}^{i+1}A_i\,{}^{i}\vec{a}_i + {}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{i+1} + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge ({}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{i+1})$$

Se parte de que $\vec{a}_0 = 0$

CINEMATICA DE UN BRAZO ARTICULADO

- 7º) Aplicando la ecuación para el cálculo de la aceleración de un punto de un sólido rígido conociendo la aceleración de otro punto, se calcula la aceleración lineal absoluta del centro de gravedad de cada una de las barras escrita en el sistema de referencia de la propia barra,

$$\boxed{{}^{i+1}\vec{a}_{G_{i+1}} = {}^{i+1}\vec{a}_{i+1} + {}^{i+1}\vec{\alpha}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{G_{i+1}} + {}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge ({}^{i+1}\vec{\omega}_{i+1} \wedge {}^{i+1}\vec{r}_{G_{i+1}})}$$

i=0…n-1

${}^{i+1}\vec{r}_{G_{i+1}}$ es el vector que tiene su origen en el origen del sistema de referencia i+1, y su extremo en el c.d.g. de la barra i+1, estando dicho vector escrito en el sistema i+1.