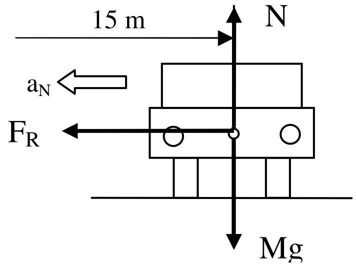
PROBLEMAS DE DINAMICA DEL PUNTO

(En todos los ejercicios, se debe considerar g=10 m/s^2)

1.- Un estudiante de Informática, tras resolver el examen de Fundamentos Físicos de la Robótica, acude a una cena con sus amigos. En el trayecto circula por una rotonda totalmente horizontal y circular de 15 m de radio. Admitiendo que el rozamiento entre los neumáticos y la calzada es seco ($F_R=\mu N$) siendo μ=0,8 calcular cuál es la velocidad límite a la que el estudiante puede tomar la rotonda antes de que su coche derrape. Durante la cena llueve, y el coeficiente de rozamiento se reduce a la mitad. ¿Cuál es la máxima velocidad a la que el estudiante puede circular por la rotonda en su vuelta a casa? (g=10 m/s^2)

Solución:



Las fuerzas que actúan sobre el coche son las mostradas en el dibujo. Las ecuaciones de equilibrio vertical y horizontal son:

$$\begin{cases} N = Mg \\ F_R = Ma_N \end{cases}$$

Desarrollando estas ecuaciones teniendo en cuenta que justo antes de que el coche derrape la fuerza de rozamiento alcanza su valor máximo:

$F_R = \mu N = \mu Mg$ y $a_N = \dfrac{v^2}{R}$ por lo que:

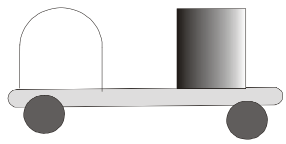
$\mu Mg = M\dfrac{v^2}{R}$ Despejando, resulta que $v = \sqrt{\mu g R}$

Tomando valores resulta:

En seco: $v_{max} = 10{,}95 \ m/s$

En mojado: $v_{max} = 7{,}75 \ m/s$

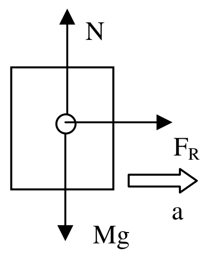
2.- Un camión como el de la figura transporta un embalaje en la plataforma, siendo 0,6 el coeficiente de rozamiento entre plataforma y embalaje. El camión circula a velocidad constante. Un animal irracional irrumpe repentinamente en la calzada, y el conductor frena bruscamente. Admitiendo que el embalaje es poco esbelto y no vuelca, calcular la máxima desaceleración admisible para que el embalaje no deslice por la plataforma hacia la cabina.



Solución:

Cuando el conductor frena, el rozamiento entre el embalaje y la plataforma del camión, produce una fuerza que decelera el embalaje; el valor máximo que puede alcanzar esta fuerza es $F_{Rmax}=\mu N$. Si la deceleración es demasiado brusca, esta fuerza de rozamiento debería ser mayor, y como esto no puede ocurrir, entonces el embalaje deslizaría.

Las fuerzas que actúan sobre el embalaje son las de la figura.

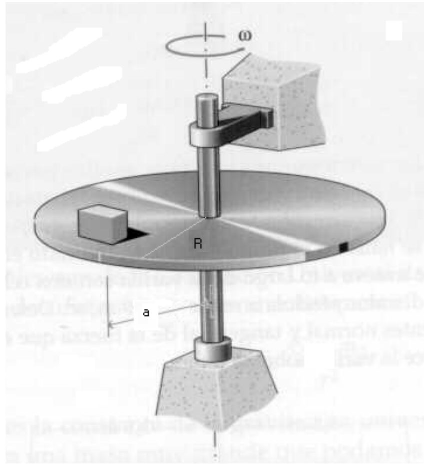


La fuerza normal es exactamente el peso del embalaje, ya que verticalmente no hay movimiento alguno: $N = Mg$. Horizontalmente, como la fuerza de rozamiento es la causante de la deceleración:

$$F_{R\,max} = \mu N = Ma_{max}$$

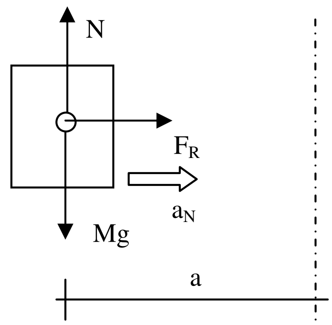
Luego la deceleración máxima es: $a_{max} = \frac{\mu N}{M} = \frac{\mu Mg}{M} = \mu g = 0{,}6g = 6\ m/s^2$

3.- Un disco de radio R gira en torno a un eje vertical que pasa por su centro, con velocidad angular ω constante. Sobre el disco, y a una distancia a<R del eje está colocada una masa M, cuyo coeficiente de rozamiento con el disco es μ.



a) Calcular el valor máximo que puede alcanzar ω para que la masa no se desplace de su posición original (la masa M está unida al disco tan sólo por la fuerza de rozamiento entre ambos).
b) Para la velocidad calculada en a), calcular la cantidad de movimiento de la masa M.
c) Si, para la velocidad angular calculada en a), la masa M se coloca en la periferia del disco (radio R), ¿dicha masa permanecerá sobre el disco, o caerá de él?

Solución:



a) Las fuerzas actuantes sobre la masa son:

Verticalmente: $N = Mg$

Horizontalmente, la masa comenzará a desplazarse cuando la aceleración normal necesaria para describir la trayectoria circular de la masa, supere a la fuerza de rozamiento máxima. En ese instante:

$$F_{R\max} = Ma_{N\max} \qquad \text{y} \qquad a_{N\max} = \omega_{\max}^2 a$$

Por lo tanto:

$$F_{R\max} = \mu Mg = M\omega_{\max}^2 a \qquad \text{y despejando:} \quad \omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu g}{a}}$$

b) $p = Mv = M\omega_{\max} a = M\sqrt{\frac{\mu g}{a}}\,a = M\sqrt{\mu g a}$

c) Si la masa es colocada en la periferia del disco (radio R>a) manteniendo la velocidad de giro, entonces la aceleración normal de la masa es $a_N = \omega_{\max}^2 R$

La fuerza de rozamiento necesaria para producir tal aceleración sería $F_R = M\omega_{\max}^2 R$.

Pero como R>a, esta fuerza de rozamiento es superior a la máxima que se puede alcanzar, y por tanto la masa saldría despedida tangencialmente al disco y caería.

4.- Un paracaidista de 60 Kg se lanza desde un aeroplano. La fuerza de rozamiento del aire es proporcional al cuadrado de su velocidad, con una constante de proporcionalidad de valor 0,18 Kg/m ($F_R=0,18v^2$). Mientras mantenga el paracaídas cerrado, calcular la velocidad máxima que alcanzará durante la caída.

Solución:

Las únicas fuerzas actuantes sobre el paracaidista son verticales: su peso y la fuerza de rozamiento del aire, que lo empuja hacia arriba. La fuerza de rozamiento del aire aumenta con la velocidad, siendo el peso independiente de ésta. Así pues, cuando el paracaidista va cayendo, llegará un momento en el que la fuerza de rozamiento del aire igualará al peso, alcanzándose la velocidad máxima de caída. En ese instante: $F_R = Mg$

Desarrollando esta ecuación:

$$0{,}18v_{max}^2 = Mg \qquad \text{Despejando} \qquad v_{max} = \sqrt{\frac{60g}{0{,}18}} = 57{,}73\,m/s = 207\,Km/h$$

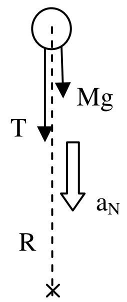
5.- Una bola de 2 Kg. de masa, unida a una cuerda, gira en un plano vertical describiendo una circunferencia de 2 m de radio, con una velocidad angular constante de 5 rad/s.

a) Calcular la tensión del hilo cuando la bola se encuentre en la posición más alta de su trayectoria.

b)) Calcular la tensión del hilo cuando la bola se encuentre en la posición más baja de su trayectoria.

c) Si la cuerda es capaz de soportar una tensión de 80 N antes de romperse, ¿cuál es la máxima velocidad angular a la que puede hacerse girar la bola?.

Solución:



a) Si llamamos T a la tensión del hilo, el diagrama de equilibrio de la bola en la posición más alta es:

La ecuación fundamental de la Dinámica es, entonces:

$$T + Mg = M\omega^2 R$$

Sustituyendo numéricamente: $T + 2\cdot 10 = 2\cdot 5^2 \cdot 2 \Rightarrow T = 80N$

b) En la posición más baja, la tensión y el peso tienen sentidos opuestos, por lo que:

$$T - Mg = M\omega^2 R \Rightarrow T = 120N$$

c) Como la posición inferior de la bola es la más desfavorable, cuando en esta posición se alcance una tensión de 80 N:

$$80 - 20 = 2\cdot \omega_{max}^2 \cdot 2 \Rightarrow \omega_{max} = 3{,}87\,rad/s$$

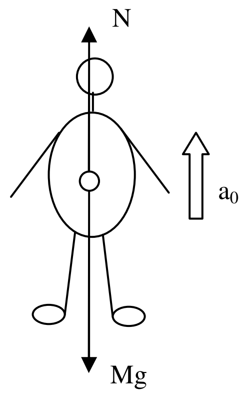
6.- La cabina del ascensor de la EUI tiene una masa de 800 Kg.

a) Un estudiante de 70 Kg de masa experimenta un aumento de masa aparente de 8 Kg cuando el ascensor acelera hacia arriba al arrancar con una aceleración a_0. Calcular el valor de a_0 y la fuerza que hace el cable que sustenta la cabina en esa situación.

b) Cuando el ascensor inicia el descenso desde un piso superior con aceleración a_1, el citado estudiante experimenta una disminución de masa aparente de 10 Kg. Calcular a_1 y la correspondiente fuerza del cable.

Solución:

a) Que el estudiante experimente un aumento de masa aparente de 8 Kg significa que la fuerza que el suelo del ascensor hace sobre él (fuerza normal) para elevarlo con la aceleración a_0 es el equivalente a 78 Kg, es decir, de 780 N.



Entonces, el diagrama de fuerzas sobre el estudiante es:

Y la ecuación de la Dinámica: $N - Mg = Ma_0$

Sustituyendo valores: $780 - 70 \cdot 10 = 70 \cdot a_0 \Rightarrow a_0 = 1{,}14\,m/s^2$

Si ahora consideramos cabina y estudiante como un único cuerpo que asciende con la aceleración calculada, entonces la fuerza ascendente es la proporcionada por el cable (F_c) , y la ecuación de la Dinámica es:

$F_c - (800+70) \cdot g = (800+70) \cdot a_0$ Sustituyendo: $F_c = 870 \cdot 10 + 870 \cdot 1{,}14 = 9692\,N$

b) Cuando el ascensor baja, la fuerza normal del ascensor sobre el estudiante es N=600 N, y la aceleración va dirigida hacia abajo. La ecuación de la Dinámica, en estas condiciones, es:

$Mg - N = M \cdot a_1$ Sustituyendo: $70 \cdot 10 - 600 = 70 \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = 1{,}43\,m/s^2$

Y para calcular la fuerza del cable:

$(800+70) \cdot g - F_c = (800+70) \cdot a_1$ Sustituyendo: $F_c = 870 \cdot 10 - 870 \cdot 1{,}43 = 7456\,N$

7.- Una piedra de 3 Kg de masa describe una circunferencia en un plano vertical, atada a una cuerda que es capaz de resistir una fuerza de 90 N antes de romperse. Si el radio de la circunferencia es de 1m, calcular:

a) ¿Cuál es la máxima velocidad a la que se puede hacer girar la piedra (en rad/s) antes de que la cuerda se rompa?. Indicar en qué punto de la circunferencia se rompería la cuerda.

b) ¿Cuál es la mínima velocidad a la que se debe hacer girar la piedra (en rad/s) para que la piedra no caiga al alcanzar la posición más alta?.

Solución:

Como se ha visto en el problema 5, la posición más baja de la piedra es la más desfavorable, y es donde se producirá la rotura de la cuerda.

En esta posición se cumplirá que: $T - Mg = Ma_N$

Si suponemos T=90, M=3 y utilizamos que $a_N = \omega^2 R$, entonces:

$$90 - 3 \cdot 10 = 3 \cdot \omega^2 \cdot 1 \Rightarrow \omega = \sqrt{20} = 4{,}47\,\mathrm{rad/s}$$

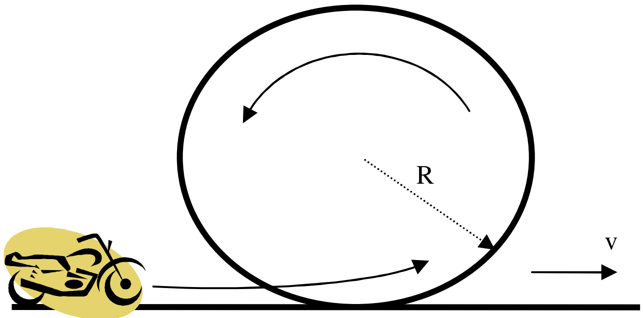
8.- Un estudiante de Informática, tras resolver el examen de Fundamentos Físicos de la Robótica, acude a presenciar un espectáculo de acrobacia. En dicho espectáculo, un afamado motorista circula por una recta, al final de la cual hay un "looping" de 10 m de radio, de modo que cuando el motorista alcanza el looping, describe una circunferencia completa, para después proseguir en línea recta. Suponiendo que la velocidad durante todo el looping es constante:

a) Calcular cuál es la mínima velocidad del motorista en el looping para poder hacer la acrobacia completa, es decir, pudiendo llegar sin caerse a la posición más alta (2 p).

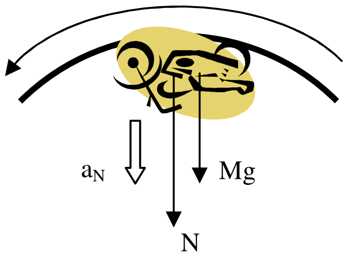
Si el motorista entra al looping a 72 Km/h y el conjunto motorista-moto tiene una masa de 200 Kg

b) ¿Cuál es la fuerza normal que ejerce la pista sobre el conjunto motorista-moto cuando comienza a describirse el looping? (1 p).

Solución:



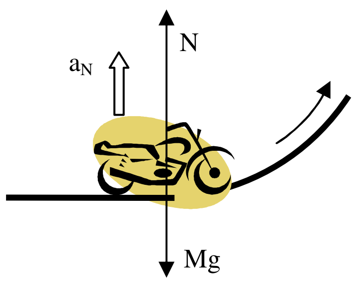
a) Cuando el motorista describe el looping, la fuerza normal que la pista ejerce sobre la moto es siempre perpendicular a la trayectoria y dirigida hacia el centro de la trayectoria. Es decir, cuando el motorista entra en el looping, la fuerza normal actúa hacia arriba, y cuando el motorista está en la posición más alta sin caerse, la fuerza normal de la pista actúa hacia abajo, tal y como se ha representado en la figura. La condición límite en la que el motorista está a punto de caer se produce cuando N=0, ya que entonces deja de haber contacto pista-moto. En esa situación:



$$Mg + 0 = M\frac{v_{min}^2}{R}$$

Sustituyendo: $v_{min} = \sqrt{gR} = \sqrt{100} = 10 m/s = 36 Km/h$

b) Cuando el motorista entra en el looping a 72 Km/h:



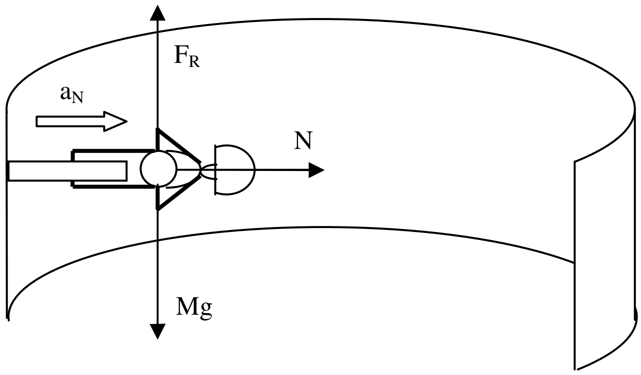
$$N - Mg = M\frac{v^2}{R}$$

Despejando: $N = M\frac{v^2}{R} + Mg = 10000 N$

9.- Un motorista acróbata decide remozar su espectáculo, y sustituye la clásica esfera por cuyo interior hace las acrobacias, por un cilindro vertical de radio R, de forma que circula por su interior, describiendo trayectorias circulares.

Considerando que el conjunto moto-motorista se comporta como un punto material, y que dicho conjunto se mueve sobre una trayectoria circular horizontal a velocidad v_0 constante, calcular el valor mínimo que debe tener el coeficiente de rozamiento entre los neumáticos y el cilindro, μ, para que la moto pueda describir la acrobacia prevista. ¿Qué ocurre si μ no alcanza ese valor mínimo?.

Solución:



Las fuerzas que actúan sobre el conjunto moto-acróbata son las que se ven en el dibujo. Cuando la trayectoria es una circunferencia horizontal, la fuerza de rozamiento (F_R) equilibra el peso (Mg), y la única aceleración es la normal, debida a la fuerza normal (N) que la pista ejerce sobre la moto. En estas condiciones, teniendo en cuenta que

$$a_N = \frac{v_0^2}{R} \qquad \text{y que} \qquad F_R = \mu N$$

debe cumplirse que:

$$N = M\frac{v_0^2}{R} \qquad \text{y} \qquad Mg = \mu N$$

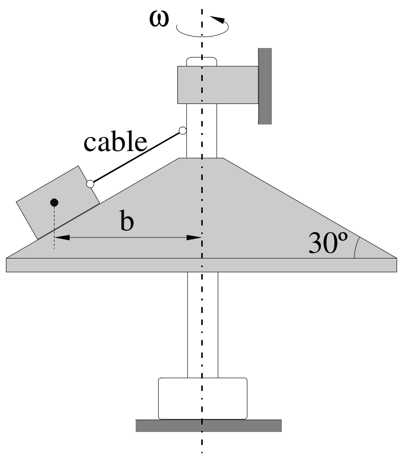
Sustituyendo en la última ecuación: $Mg = \mu M\frac{v_0^2}{R} \Rightarrow \mu = \frac{gR}{v_0^2}$

Si μ no alcanzara el valor calculado, entonces la fuerza de rozamiento no sería suficiente para equilibrar el peso, y la moto deslizaría hacia abajo por la pista. Para evitarlo, la única posibilidad, sería que el motorista aumentara su velocidad, para aumentar N, y la fuerza de rozamiento.

10.- Un bloque de masa M descansa sobre una superficie cónica lisa (sin rozamiento) que gira en torno a un eje vertical con velocidad angular constante ω. El bloque está unido al eje giratorio mediante un cable inextensible. Determinar:

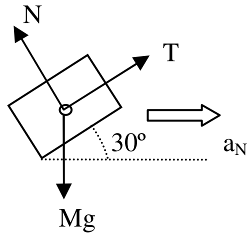
a) La tensión del cable y la fuerza normal que la superficie cónica ejerce sobre el bloque.

b) La velocidad a la que debería girar el conjunto para que el bloque comenzara a despegarse de la superficie cónica, y la tensión que en ese momento soporta el cable.



Solución:

a) Sobre el bloque actúan tres fuerzas: su peso, la tensión del cable (T), y la fuerza normal de la superficie cónica (N). El diagrama de sólido libre del bloque, entonces, es el del dibujo.



La aceleración normal del bloque es: $a_N = \omega^2 b$

Y las ecuaciones dinámicas correspondientes a las direcciones vertical y horizontal:

$$N \cdot \text{sen}60º + T \cdot \text{sen}30º = Mg$$

$$T \cdot \cos 30º - N \cdot \cos 60º = M\omega^2 b$$

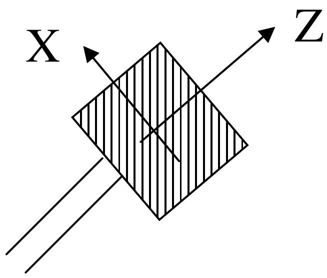
Despejando N y T ,resulta: $T = \dfrac{M(g+\sqrt{3}\omega^2 b)}{2}$ y $N = \dfrac{M(g\sqrt{3}-\omega^2 b)}{2}$

c) Cuando la velocidad de giro aumenta, el bloque tiende a despegarse de la superficie y a elevarse, por lo que la fuerza normal que la superficie cónica ejerce sobre el bloque disminuye. En el instante en que el bloque se despega, la fuerza normal se anula, ya que no hay contacto, por lo que la condición de despegue del bloque es N=0. En esta situación:

$$N = \frac{M(g\sqrt{3}-\omega^2 b)}{2} = 0 \Rightarrow \omega_d = \sqrt{\frac{g\sqrt{3}}{b}}$$

Y la tensión del cable en estas condiciones: $T_d = \dfrac{M\left(g+\sqrt{3}\,\dfrac{g\sqrt{3}}{b}b\right)}{2} = \dfrac{4Mg}{2} = 2Mg$

11.- Un brazo articulado transporta, en su extremo, una masa (que puede considerarse puntual) de 200 Kg. Si el extremo del brazo se mueve con una aceleración de valor $2\vec{i} - \vec{k}$ expresada en el sistema de referencia de la figura, calcular en ese mismo sistema de referencia, la fuerza que debe hacer el brazo sobre la masa.



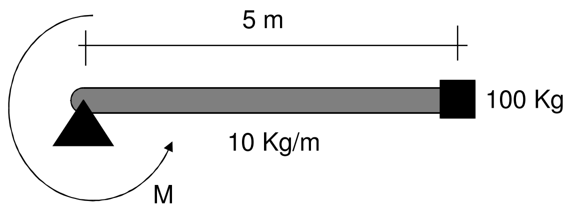
Solución:

Según la ecuación fundamental de la Dinámica:

$$\vec{F} = M\vec{a} = 200 \cdot (2\vec{i} - \vec{k}) = 400\vec{i} - 200\vec{k}\ \text{N}$$

PROBLEMAS DE ESTATICA DEL SOLIDO

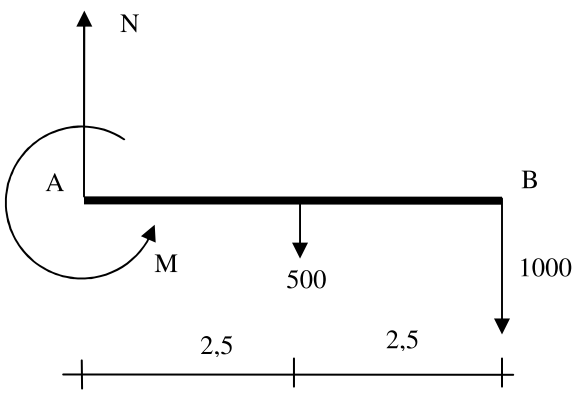
12.- Una barra rectilínea y homogénea, de 5 m de longitud y densidad lineal másica de 10 Kg/m, se encuentra articulada en un extremo, y en el otro extremo sujeta una masa de 100 Kg. En el primer extremo se aplica un momento M para que la barra esté en equilibrio en posición horizontal, tal y como indica la figura. En estas condiciones se pide:



a) Dibujar el diagrama de sólido libre de la barra, con todas las fuerzas y momentos que actúan sobre ella.
b) Calcular el valor que debe tener el momento M para que se alcance el equilibrio.
c) Calcular la potencia desarrollada por el momento M.

Solución:

Si tenemos en cuenta las masas de la barra y la transportada, el diagrama de sólido libre de la barra será:



b) Las ecuaciones de equilibrio vertical y de momentos (tomando momentos respecto del apoyo A) serán:

$$N = 500 + 1000 = 1500\ \mathrm{N}$$
$$M = 500 * 2{,}5 + 1000 * 5 = 6500\ \mathrm{N \cdot m}$$

c) Puesto que la barra está en equilibrio, su velocidad angular es nula, por lo que la potencia desarrollada es $P = M \cdot \omega = 0$

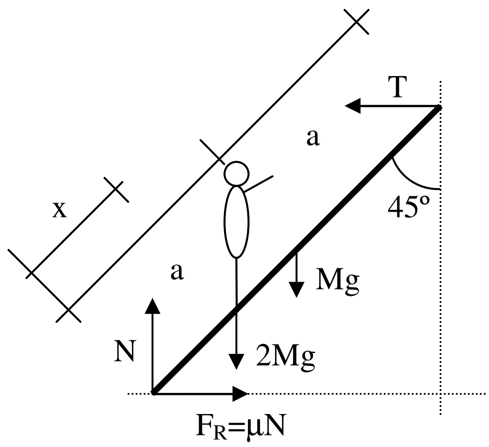
13.- Una escalera de masa M y longitud 2a, cuyo centro de gravedad puede considerarse en su punto medio, está apoyada en una pared en uno de sus extremos, y en el suelo en el otro extremo. El coeficiente de rozamiento entre la escalera y el suelo es μ=0,75, pudiendo despreciarse el rozamiento entre la escalera y la pared. El ángulo que la escalera forma con el suelo es de 45º.

Si un trabajador de masa 2M asciende por la escalera:

a) Calcular la máxima longitud que puede recorrer por la escalera antes de que ésta deslice sobre el suelo y caigan escalera y trabajador.
b) En las condiciones anteriores, calcular la reacción que la pared ejerce sobre la escalera.

Solución:

El diagrama de sólido libre de la escalera será:



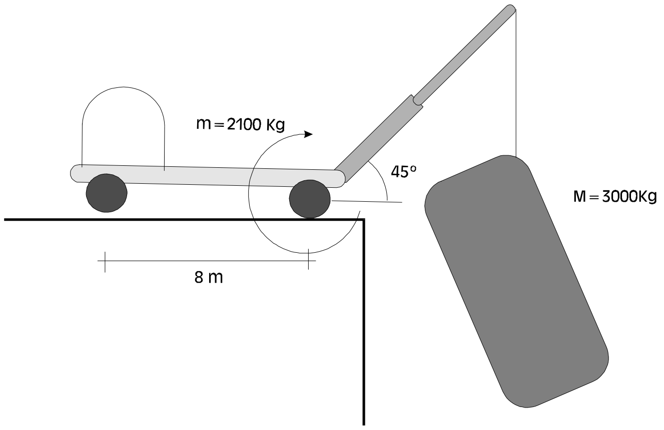
Las ecuaciones de equilibrio horizontal, vertical y de momentos con respecto al punto de apoyo en el suelo, serán:

$$T = \mu N$$
$$Mg + 2Mg = N$$
$$2Mgx\frac{\sqrt{2}}{2} + Mga\frac{\sqrt{2}}{2} = T2a\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Resolviendo las incógnitas T, N y x en este sistema de ecuaciones, resulta:

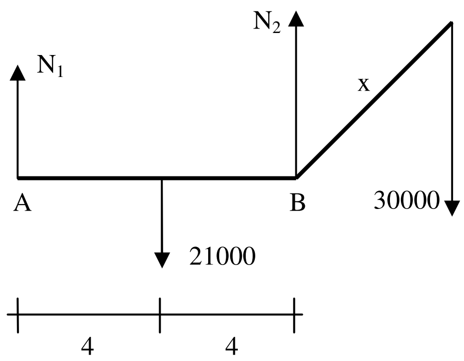
$$N = 3Mg \qquad T = 3\mu Mg \qquad x = a(3\mu - \frac{1}{2})$$

14.- En el noticiario del pasado día 19 aparecieron las imágenes de una grúa que volcó al intentar izar un autobús. Si admitimos que el autobús tenía una masa de 3000 Kg, el camión grúa tenía una longitud de 8 m y 2100 Kg, de masa, con el c.d.g. en su punto medio, y el brazo extensible formaba un ángulo de 45º con la horizontal, a) calcular cuál es la máxima longitud que se puede extender el brazo antes de que la grúa vuelque. b) Si el operario de la grúa extiende el brazo hasta su máxima longitud, que es de 5 m., ¿hasta qué valor debe aumentar el ángulo con la horizontal para no volcar?. (Admitir que el autobús es izado sin aceleración).



Solución:

a) El diagrama de sólido libre de la grúa es el de la figura, siendo x la longitud extendida del brazo. Cuando la grúa comienza el vuelco, N_1=0, por lo que las ecuaciones de equilibrio vertical y de momentos (con respecto al punto B), serán:



$$N_2 = 21000 + 30000$$

$$21000 \cdot 4 = 30000 \cdot x \frac{\sqrt{2}}{2}$$

De estas ecuaciones resulta x = 3,96 m

b) Si la longitud del brazo es ahora de 5 m y el ángulo que este forma con la horizontal φ, la ecuación de equilibrio de momentos es ahora:

$$21000 \cdot 4 = 30000 \cdot 5 \cdot \cos\varphi \Rightarrow \varphi \approx 56º$$

PROBLEMAS DE DINAMICA DEL SOLIDO

15.- Una rueda de masa M y radio R se encuentra sobre una superficie completamente horizontal, siendo 0,6 el coeficiente de rozamiento entre la rueda y la superficie. En el centro de la rueda se aplica una fuerza F horizontal.

1.- Si un freno impide la rodadura de la rueda, calcular el valor máximo que puede tener F para que la rueda no deslice sobre la superficie.

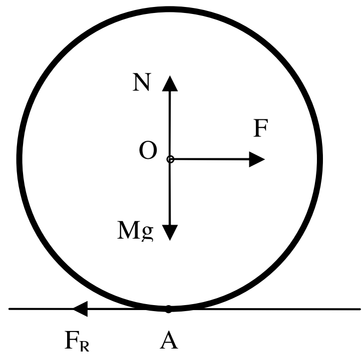
Si anulamos el freno anterior y F toma la mitad del valor calculado anteriormente, no se produce deslizamiento, y simplemente hay una rodadura de la rueda sobre la superficie. En esta situación, y suponiendo la rueda suficientemente rígida como para que no sufra ninguna deformación:

2- Calcular el valor de la fuerza de rozamiento entre rueda y superficie y la aceleración lineal del centro de la rueda.

3.- Calcular la distancia que habrá recorrido la rueda en las condiciones anteriores después de 10 s.

Solución:

1. Si consideramos aplicado el freno que impide la rodadura de la rueda, en el instante en el que la rueda comenzara a deslizar por efecto de la fuerza F, la fuerza de rozamiento F_R alcanzaría su valor límite, que como sabemos es μN. Las fuerzas actuantes sobre la rueda son las representadas en la figura:



En el instante en el que la rueda comenzara a deslizar, se cumple que $F_{max} = F_R = \mu N$. Como, además, $N = Mg$, el valor de F para el que la rueda comienza a deslizar es $F_{max} = \mu Mg$

2. Si liberamos el freno y el valor de F es $F = \frac{1}{2}\mu Mg$, como la rueda no llega a deslizar, la fuerza de rozamiento no llega a alcanzar su valor máximo, por lo que es a priori desconocida. Entonces debemos plantear las ecuaciones dinámicas de un cuerpo. Si llamamos a a la aceleración del centro de la rueda (horizontal), dirigida en el mismo sentido que F, las dos ecuaciones en direcciones vertical y horizontal son:

$$N = Mg$$
$$F - F_R = Ma$$

Y la ecuación dinámica de rotación, tomando momentos con respecto al punto A (contacto de la rueda con el suelo):

$$FR = I_A \alpha$$

En esta última ecuación, I_A es el momento de inercia de la rueda respecto de un eje perpendicular al plano del movimiento y que pasa por el punto A, y α es la aceleración angular de la rueda:

$$I_A = \frac{3}{2}MR^2 \qquad \text{y} \qquad \alpha = \frac{a}{R}$$

Sustituyendo los valores de F, I_A y α en las tres ecuaciones dinámicas y despejando N, a y F_R , resulta:

$$a = \frac{1}{3}\mu g \qquad \text{y} \qquad F_R = \frac{1}{6}\mu Mg$$

16. Un motorista circula a una velocidad de 36 Km/h y toma una curva de 20 m de radio, inclinando la moto. Si la velocidad del motorista es la máxima a la que puede tomar la curva sin que la rueda deslice sobre el asfalto, calcular el coeficiente de rozamiento de la ruda con el asfalto, y el ángulo que debe inclinar la moto para poder describir la curva.

17. Un objeto, de altura 2b y anchura 2c, se encuentra sobre una cinta de una caja de cobro. La cinta comienza a moverse con una aceleración a. Discutir en qué condiciones, según sean los valores de a y de μ (coeficiente de rozamiento de la cinta con el objeto), el objeto deslizará o volcará.

PROBLEMAS DE TRANSMISION DE MOVIMIENTOS

18.- Un movimiento se transmite mediante un tornillo que hace girar una rueda dentada. Si la rueda tiene 20 dientes, ¿qué ángulo habrá girado la rueda cuando el tornillo haya dado 5 vueltas completas? Si el tornillo tiene un paso de 2 cm. ¿cuál es el radio de la rueda dentada?

Solución:

Si el tornillo ha dado 5 vueltas completas, la rueda habrá girado 5 dientes, que es la cuarta parte del total de dientes (20). Por lo tanto, el ángulo girado será 360/4=90º

La longitud de la circunferencia de la rueda será de 2x20=40 cm, por lo que el radio será:

$$R = \frac{40}{2\pi} = 6{,}37 \text{ cm}$$

19.- Una rueda dentada con 120 dientes tiene un radio de 60 cm, y engrana con otra rueda de 30 dientes. Si la primera gira a una velocidad angular de 3 rad/s, ¿a qué velocidad gira la segunda? ¿cuál es el radio de la segunda rueda? Si a la primera se le aplica un par de 50 Nm, ¿cuál es el par que habrá en la segunda?

Solución:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{N_1}{N_2} = 3\frac{120}{30} = 12 \text{ rad/s} \qquad R_2 = R_1 \frac{N_2}{N_1} = 60\frac{30}{120} = 15 \text{ cm}$$

$$M_2 = M_1 \frac{R_2}{R_1} = 50\frac{15}{60} = 12{,}5 \text{ Nm}$$

20.- Una rueda dentada de 72 dientes gira a 200 rad/s, y transmite una potencia de 800 w a otras dos ruedas dentadas que engranan directamente con la primera; una de ellas tiene 18 dientes, y transmite un momento de 0,75 Nm; la otra tiene 12 dientes. Calcular:

a) Las velocidades angulares a las que giran las dos ruedas dentadas conectadas a la primera.
b) Las potencias que transmiten cada una de las dos ruedas dentadas anteriores.
c) El momento que transmite la rueda de 12 dientes.

Solución:

a) Sean 1, 2 y 3 las 3 ruedas: N_1=72, N_2=18 y N_3=12.

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{N_1}{N_2} = 200\frac{72}{18} = 800 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{N_1}{N_3} = 200\frac{72}{12} = 1200 \text{ rad/s}$$

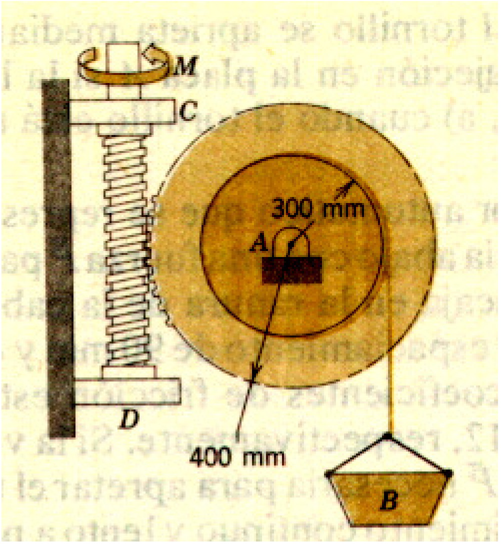
b) $P_2 = M_2\omega_2 = 0{,}75 \cdot 800 = 600 \text{ w}$

Como la rueda 1 transmite 800 w, a la rueda 3 le llegan 800-600=200 w

c) $M_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{200}{1200} = 0{,}17\ \mathrm{Nm}$

21.- En el tornillo sin fin de la figura, el engranaje tiene 25 dientes, y la masa B que cuelga de él es de 100 Kg.

a) Calcular el momento M que se debe aplicar al tornillo para conseguir equilibrar el peso de la masa B.
b) Calcular el paso del tornillo.
c) Si el tornillo se hace girar a razón de 5 r.p.s., ¿con qué velocidad se moverá la masa B?.



Solución:

a) La masa B provoca un momento en la rueda:

$M_R = 100 \cdot 10 \cdot 0{,}3 = 300\ \mathrm{Nm}$ El par M que se necesita aplicar al tornillo para equilibrar la masa B será, entonces:

$$M = \frac{M_R}{N} = \frac{300}{25} = 12\ \mathrm{Nm}$$

b) $p = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}4}{25} = 0{,}1\ \mathrm{m}$

c) $\omega_R = \frac{\omega}{N} = \frac{5}{25} = 0{,}2\ \mathrm{r.p.s.} = 1{,}26\ \mathrm{rad/s}$ por lo tanto, la velocidad a la que se moverá

la masa B será: $v_B = \omega_R \cdot 0{,}3 = 1{,}26 \cdot 0{,}3 = 0{,}38\ \mathrm{m/s}$

22.- Un motor debe mover una articulación de un brazo articulado, y ello lo hace a través de una transmisión con correa. El eje del motor lleva una polea de 20 cm de radio, y gira con una velocidad angular de 20 rad/s.

a) Calcular cuál debe ser el radio de la polea unida a la articulación del brazo para que ésta gire a 5 rad/s.

Si el motor proporciona un par de 5 N.m

b) ¿Qué potencia da el motor?
c) ¿Qué par actúa sobre la articulación?
d) ¿Qué potencia actúa sobre la articulación?.

Solución:

a) $R_2 = R_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = 20 \frac{20}{5} = 80 \text{ cm}$

b) $P_1 = M_1 \omega_1 = 5 \cdot 20 = 100 \text{ w}$

c) $M_2 = M_1 \frac{R_2}{R_1} = 5 \frac{80}{20} = 20 \text{ Nm}$

d) La misma que da el motor, 100 w.