

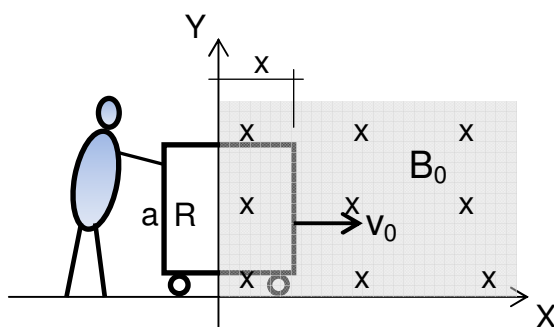


1. (2,5 points) A squared loop with side a and resistance R is placed vertically over a wheeled platform. A worker is pushing such loop (with constant speed v_0) inside an area of the space where a uniform and stationary magnetic field B_0 perpendicular to the loop is acting. When a part of the loop is inside of magnetic field ($0 \leq x \leq a$), compute:

- Magnetic flux ϕ through the loop, as a function of x .
- Induced electromotive force ε on the loop.
- Intensity of current i flowing along the loop, giving its direction.
- Force F done by the worker to move the loop.
- When the loop is completely inside the magnetic field, ¿which is the force done by the worker to move the loop?, reasoning the answer.

1. (2,5 puntos) Una espira cuadrada de lado a y resistencia R se encuentra colocada verticalmente sobre una plataforma con ruedas. Un trabajador introduce dicha espira (con velocidad v_0 constante) en una región del espacio en la que actúa un campo magnético uniforme y estacionario B_0 perpendicular a la espira. Cuando una parte de la espira se encuentra dentro del campo magnético ($0 \leq x \leq a$), calcular:

- Flujo magnético ϕ que atraviesa la espira en función de x .
- Fuerza electromotriz ε inducida en la espira.
- Intensidad de corriente i que circula por la espira, indicando su sentido.
- Fuerza F que debe hacer el trabajador para mover la espira.
- Cuando la espira ha penetrado completamente en el campo magnético, ¿Qué fuerza debe hacer el trabajador para mover la espira? Razonar la respuesta.



Solution

a) As magnetic field is uniform and stationary $\phi = B_0 S = B_0 a x$

b) $\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = B_0 a \frac{dx}{dt} = B_0 a v_0$

c) $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B_0 a v_0}{R}$ As the flux entering on paper is increasing, the intensity must be counterclockwise

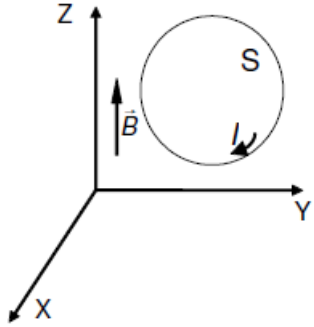
d) $\vec{F} = i \vec{L} \times \vec{B} = i a \vec{j} \times (-B_0 \vec{k}) = -\frac{B_0^2 a^2 v_0}{R} \vec{i}$ As this force is opposite to the motion of loop, the worker must push the loop with the computed force.

e) When the loop is completely inside the magnetic field, magnetic flux through the loop is constant, and no induced current appear. Then, zero force must be done by the worker.

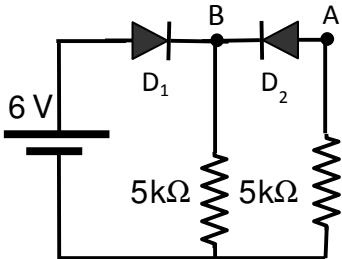
2. (2 points) Let's consider a coil having **50 cm** length, **3000 turns** and radius **20 cm**, flowed by an intensity of current **2 A**. A second coil with the same length, **400 turns**, and radius **5 cm** is coaxially

2. (2 puntos) Sea un solenoide de **50 cm** de longitud, **3000 espiras**, y **20 cm** de radio, por el que circula una corriente de **2 A**. Un segundo solenoide de la misma longitud, **400 espiras** y **5 cm** de radio está situado

<p>placed inside the first one. Compute:</p> <p>a) The magnetic field produced by the first coil at a point of its axis.</p> <p>b) The flux through the second coil produced by the first one.</p> <p>c) The mutual inductance coefficient between both coils.</p>	<p>coaxialmente dentro del primero. Calcular:</p> <p>a) El campo magnético producido por el primer solenoide en un punto de su eje.</p> <p>b) El flujo que el primer solenoide produce sobre el segundo.</p> <p>c) El coeficiente de inducción mutua entre ambos solenoides.</p>
<p>Solution</p> <p>a) By considering the magnetic field uniform inside the coil $B = \mu_0 \frac{3000}{50 \cdot 10^{-2}} 2 = 12\mu_0 10^3 = 48\pi 10^{-4} \text{ T}$</p> <p>b) $\phi = BNS = 12\mu_0 10^3 400\pi (5 \cdot 10^{-2})^2 = 12\mu_0 \pi 10^3 = 48\pi^2 10^{-4} \text{ Wb}$</p> <p>c) $M = \frac{\phi}{I} = \frac{12\mu_0 \pi 10^3}{2} = 6\mu_0 \pi 10^3 = 24\pi^2 10^{-4} \text{ H}$</p>	

<p>3. (1 point) Given a circular loop parallel to YZ plane, area S and flowed by a current I in the shown direction. It is placed inside a magnetic field $\vec{B} = B_0 \vec{k}$. Compute:</p> <p>a) The magnetic moment $\vec{\mu}$ of loop.</p> <p>b) The torque $\vec{\tau}$ acting on loop.</p>	<p>3. (1 punto) Sea una espira circular paralela al plano YZ, de superficie S y recorrida por una intensidad I en el sentido indicado. Está situada dentro de un campo magnético $\vec{B} = B_0 \vec{k}$. Calcula:</p> <p>a) El momento magnético $\vec{\mu}$ de la espira.</p> <p>b) El momento (par) $\vec{\tau}$ que actúa sobre la espira.</p>	
<p>a) $\vec{\mu} = I\vec{S} = -I\vec{i}$</p> <p>b) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = -I\vec{i} \times B_0 \vec{k} = ISB_0 \vec{j}$</p>		

<p>4. (2,5 points) A 3 mH sized coil and a resistor 4 Ω sized are connected in series (dipole RL). On terminals of such dipole is applied a voltage $u(t) = 50 \cos(1000t) \text{ V}$. Compute:</p> <p>a) Impedance Z and phase lag φ of dipole.</p> <p>b) The instantaneous intensity $i(t)$ flowing along the dipole.</p> <p>c) Instantaneous voltage on resistor $u_R(t)$.</p> <p>d) Instantaneous voltage on coil $u_L(t)$.</p>	<p>4. (2,5 puntos) Una autoinducción de 3 mH y una resistencia de 4 Ω están conectadas en serie (dipolo RL). Entre los terminales de dicho dipolo se le aplica una tensión $u(t) = 50 \cos(1000t) \text{ V}$. Calcular:</p> <p>a) La impedancia Z y ángulo de desfase φ del dipolo.</p> <p>b) La intensidad instantánea $i(t)$ que recorre el dipolo.</p> <p>c) La tensión instantánea en la resistencia $u_R(t)$.</p> <p>d) La tensión instantánea en la autoinducción $u_L(t)$.</p>
<p>a) $X_L = L\omega = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 = 3 \Omega$ $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/c\omega)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \Omega$ $\text{tg } \varphi = \frac{L\omega}{R} = \frac{3}{4} \Rightarrow \varphi = 36,86 \approx 37^\circ$</p> <p>b) $I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{50}{5} = 10 \text{ A}$ $i(t) = 10 \cdot \cos(1000t - 37^\circ) \text{ A}$</p> <p>c) $U_{mR} = I_m R = 10 \cdot 4 = 40 \text{ V}$ On a resistor $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0^\circ$ and then $u_R(t) = 40 \cdot \cos(1000t - 37^\circ) \text{ V}$</p> <p>d) $U_{mL} = I_m X_L = 10 \cdot 3 = 30 \text{ V}$ On an inductor $\varphi = 90^\circ$ and then $u_L(t) = 30 \cdot \cos(1000t + 53^\circ) \text{ V}$</p>	

<p>5. (2 points) On circuit on picture both diodes have drop forward voltage $V_u=0,7\text{ V}$, and internal resistance can be neglected. Compute:</p> <p>a) Intensities I_1 e I_2 flowing along diodes D_1 and D_2.</p> <p>b) Potential difference V_A-V_B between terminals of diode D_2.</p>	<p>5. (2 puntos) En el circuito de la figura, ambos diodos tienen tensión umbral $V_u=0,7\text{ V}$, y resistencia interna despreciable. Calcular:</p> <p>a) Intensidades I_1 e I_2 que circulan por los diodos D_1 y D_2.</p> <p>b) Diferencia de potencial V_A-V_B entre los terminales de D_2.</p>	
<p>a) D_1 is forward biased and D_2 is reverse biased. Then: $I_1=(6-0,7)/5=1,06\text{ mA}$ $I_2=0$</p> <p>b) $V_A-V_B=-6+0,7=-5,3\text{ V}$</p>		

FORM

Magnetic Forces $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$ $\vec{\mu} = N \cdot I \cdot \vec{S}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $V_H = \frac{I \cdot B \cdot d}{n \cdot e \cdot S}$

Sources of magnetic field $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$ $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ (I.S.units) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$

Electromagnetic induction $|\varepsilon| = \frac{d\phi}{dt}$ $\phi = L \cdot I$ $\phi_{21} = M \cdot I_1$ $W_L = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

Alternating current $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ $X_L = L\omega$ $X_C = \frac{1}{C\omega}$ $U_{rms} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

$$\text{tg}\varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$$

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/c\omega)^2}$$

$P(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m I_m \cos\varphi \sin^2 \omega t + \frac{U_m I_m}{2} \sin\varphi \sin\omega t$ $P = U_{rms} I_{rms} \cos\varphi$ $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Semiconductors $n \cdot p = n_i^2$ $N_A + n = N_D + p$