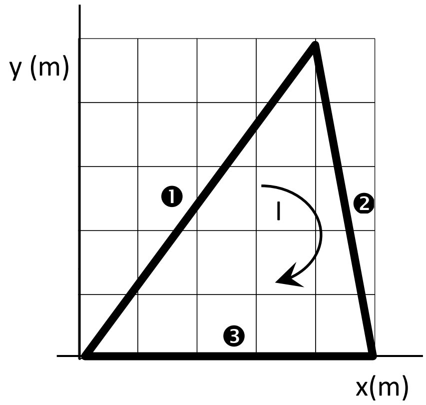
	2º Parcial FFI/Second mid term FFI exam **14/1/2022** Curso/Year 2021/2022	Departamento de Física Aplicada Applied Physics Dept.



1. Along a triangular loop flows an intensity of current 4 A in the given direction. The loop is located inside a magnetic field **B** = (2**i**, 2**j**) mT. Each division of picture equals 1 m. Compute:

Per una espira triangular circula una intensitat de *4 A* en el sentit indicat i està situada a l'interior d'un camp magnètic **B** = (2**i**, 2**j**) mT . A la figura cada divisió equival a 1 m. Calculeu:

Por una espira triangular circula una intensidad de 4 A en el sentido indicado y está situada en el interior de un campo magnético **B** = (2**i**, 2**j**) *mT. Cada división de la figura equivale a* 1 m. *Calcular:*

a) Magnetic force on each side of the loop/Força magnètica sobre cada secció/*Fuerza magnética sobre cada lado.*

b) Magnetic moment of the loop/Moment magnètic de l'espira/*Momento magnético de la espira,*

c) Resulting torque of the forces acting on the loop/Moment resultant de les forces sobre l'espira/*Momento resultante de las fuerzas sobre la espira.*

Solution/Solución

a) The force acting on a current inside a magnetic field is/La fuerza que actúa sobre una corriente I en un campo magnético es: $\vec{F} = I(\vec{\ell} \times \vec{B})$

$$\vec{F}_1 = I\vec{\ell} \times \vec{B} = 4\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 4 & 5 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -8\vec{k}\text{ mN} \qquad \vec{F}_2 = I\vec{\ell} \times \vec{B} = 4\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 1 & -5 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 48\vec{k}\text{ mN}$$

$$\vec{F}_3 = I\vec{\ell} \times \vec{B} = 4\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ -5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -40\vec{k}\text{ mN}$$

The total force is null because the magnetic field is uniform/La fuerza total es nula pues se trata de un campo uniforme y una corriente cerrada.

b) $\vec{m} = I\vec{S} = -4\frac{1}{2}5 \cdot 5\vec{k} = -50\vec{k}\ Am^2$

c) $\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -50 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 100\vec{\imath} - 100\vec{\jmath}\text{ mNm}$

2. Let's consider a solenoid with length **L = 0,2 m** , **N1 = 1700** turns, and radius **r_1 = 9 cm**, flowed by an intensity of current **I = 2 A** (its resistance is neglected). A second solenoid with **N_2 = 10** turns, radius **r_2 = 2 cm** and **R = 2 Ω**, is coaxially placed inside the first one in the central area of the first one. By assuming that the magnetic field is uniform inside both solenoids, find:

Un solenoide té una longitud de***L = 0,2 m***, ***N_1 = 1700*** espires, ***r_1 = 9 cm*** cm de radi, i pel circula un corrent de ***I = 2 A***. Un segon solenoide de ***N_2 = 10*** espires, ***r_2 = 2 cm*** de radi i ***R = 2 Ω***, està situat coaxialment dins del primer i en la zona central. Admetent que el camp magnètic és uniforme a l'interior dels solenoides. Calcular:

*Un solenoide tiene una longitud de **L = 0,2 m, N_1 = 1700** espiras, **r_1 = 9 cm** de radio, y por el circula una corriente de **I = 2 A**. Un segundo solenoide de **N_2 = 10** espiras, **r_2 = 2 cm** de radio y **R = 2 Ω,** está situado coaxialmente dentro del primero y en la zona central. Admitiendo que el campo magnético es uniforme en el interior de los solenoides. Calcular:*

a) The magnetic field created by the first solenoid at a point of its axis/El camp magnètic produït pel primer solenoide en un punt del seu eix/*El campo magnético producido por el primer solenoide en un punto de su eje.*

b) The flux of the magnetic field created by the first solenoid through the second solenoid/El flux del camp magnètic a través del solenoide interior/*El flujo del campo magnético a través del solenoide interior.*

c) The mutual inductance coefficient between both solenoids/El coeficient d'inducció mútua entre els dos solenoides/*El coeficiente de inducción mutua entre los dos solenoides.*

d) If the current on the first solenoid is varying on time according the equation **i(t) = 1+3t²** (i in A and t in s), compute on time **t = 4 s** the intensity would flow along the second solenoid if its terminals are short-circuited (joined)/Si el corrent del primer solenoide varia amb el temps segons l'expressió ***i(t) = 1 + 3t²***, (en A i s) calcula en l'instant ***t = 4} s***, la intensitat que circularia pel solenoide interior si unim els seus extrems/*Si la corriente del primer solenoide varía con el tiempo según la expresión **i(t) = 1 + 3t²**, (en A y s) calcula en el instante **t = 4 s**, la intensidad que circularía por el solenoide interior si unimos sus extremos.*

Solution/Solución

a) The magnetic field on the axis of a straight and long solenoid is/El campo magnético sobre el eje de un solenoide recto y largo es: $B = \frac{\mu_0 N_1}{L} I = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} 1700}{0{,}2} 2 \; = 21{,}4 mT$

b) The flux through the second solenoid, by considering uniform the magnetic field is/El flujo en el segundo solenoide, con campo magnético uniforme en el eje, es:

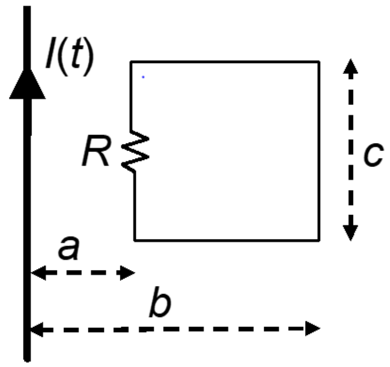
$$\Phi = N_2 S_2 B = 10 \cdot \pi \cdot 0{,}02^2 \cdot 21{,}4 \cdot 10^{-3} = 0{,}268 \, mWb$$

c) Mutual inductance coefficient/Coeficiente de inducción mutua: $M = \frac{\Phi}{I} = \frac{0{,}268}{2} = 0{,}134 \, mH$

d) If we short-circuit the second solenoid, the intensity is/Al cortocircuitar el segundo solenoide, la intensidad es:

$$i_2 = \frac{|\varepsilon_{i2}|}{R_2} = \frac{M\dfrac{di}{dt}}{R_2} = \frac{0{,}134 \cdot 6 \cdot 4}{2} = 1{,}61 \, mA$$

3. Through the linear and infinite conductor of the figure flows a variable intensity of current I (t) = 4(1 + 4t^2) A. In the same plane, and in the position shown, there is a loop with resistance R = 6 Ω. By taking in account that $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ (units of International System), calculate:



Pel conductor rectilini de la figura, de longitud infinita, circula una intensitat de corrent variable *I(t) = 4(1 + 4t^2) A*. En el mateix pla, i en la posició mostrada, hi ha una espira de resistència *R = 6 Ω*. Tenint en compte que $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ (unitats del Sistema Internacional), calcular:

Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente variable I(t) = 4(1 + 4t^2) A. En el mismo plano, y en la posición mostrada, hay una espira de resistencia R = 6 Ω. Teniendo en cuenta que $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ (unidades del Sistema Internacional), c*alcular:*

a) Magnetic flux trough the loop/El flux magnètic que travessa l'espira/*El flujo magnético que atraviesa la espira*

b) Electromotive force induced on the loop/La força electromotriu induïda en l'espira /*La fuerza electromotriz inducida en la espira*

c) Induced current on the loop on time t=2 s/Corrent induït en l'espira en l'instant t=2 s /*Corriente inducida en la espira en el instante t=2 s*

d) Mutual inductance coefficiente between conductor and loop/Coeficient d'inducció mútua entre el conductor i l'espira/*Coeficiente de inducción mutua entre el conductor y la espira*

Solution/Solución

a) The magnetic flux is entering the page. If x is the distance from conductor to a thin vertical strip on the loop/El flujo magnético es entrante en el papel. SI x es la distancia desde el conductor hasta una delgada porción vertical de la espira:

$$B=\frac{\mu_0 4(1+4t^2)}{2\pi x}=\frac{4\pi 10^{-7}4(1+4t^2)}{2\pi x}=\frac{8(1+4t^2)10^{-7}}{x}$$

$$\phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_a^b\frac{8(1+4t^2)10^{-7}}{x}cdx=8(1+4t^2)10^{-7}c\int_a^b\frac{dx}{x}=8(1+4t^2)10^{-7}c\ln(b/a)$$

b) $$|\varepsilon|=\left|\frac{d\phi}{dt}\right|=8(8t)10^{-7}c\ln(b/a)=64ct10^{-7}\ln(b/a)$$

c) $$i=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{64ct10^{-7}\ln(b/a)}{6}=\frac{32}{3}ct10^{-7}\ln(b/a)$$

The magnetic flux is entering into the paper. As the intensity and then the magnetic field is increasing, this entering magnetic flux is also increasing. Therefore, in order to avoid this increasing of magnetic flux, the induced current must be counterclockwise/El flujo magnético en la espira es entrante en el papel. Como la corriente aumenta en el tiempo, el flujo también aumenta. Con el fin de evitar que este flujo aumente, la corriente inducida en la espira debe circular en sentido antihorario.

d) $M = \frac{\phi}{I} = \frac{8(1+4t^2)10^{-7} c \ln(b/a)}{4(1+4t^2)} = 2 \cdot 10^{-7} c \ln(b/a)$

4. An RLC dipole is made up of a 50 Ω resistor, a coil of unknown value, and a 20 µF capacitor, connected in series. The instantaneous current flowing through the dipole is I (t) = 8cos (500t - 70°) A, and there is an instantaneous voltage U_L (t) = 90cos (500t + 20°) V between the terminals of the coil. Calculate:

Un dipol RLC està constituït per una resistència de 50 Ω, una bobina de valor desconegut, i un condensador de capacitat 20 µF, units en sèrie. El corrent instantani que circula pel dipol és *I(t) = 8cos (500t - 70°) A*, i en els extrems de la bobina hi ha una tensió instantània *U_L(t) = 90cos (500t + 20°) V*. Calcula:

Un dipolo RLC está constituido por una resistencia de 50 Ω, una bobina de valor desconocido, y un condensador de capacidad 20 µF, unidos en serie. La corriente instantánea que circula por el dipolo es I(t) = 8cos (500t - 70°) A, y en los extremos de la bobina hay una tensión instantánea U_L(t) = 90cos (500t + 20°) V. Calcula:

a) Instantaneous voltage between the terminals of the resistor/Tensió instantània en els extrems de la resistència/*Tensión instantánea en los extremos de la resistencia,* U_R(t)

b) Instantaneous voltage between the terminals of the capacitor/Tensió instantània en els extrems del condensador/*Tensión instantánea en los extremos del condensador,* U_C(t)

c) The self-inductance coefficient of the coil/El coeficient d'autoinducció de la bobina/*El coeficiente de autoinducción de la bobina*

d) If the impedance of the RLC dipole is Z = 101,86 Ω, calculate the instantaneous voltage between the terminals of the RLC dipole/Si la impedància del dipol RLC és *Z* = 101,86 Ω, calcula la tensió instantània en els terminals del dipol RLC/*Si la impedancia del dipolo RLC es Z =* 101,86 *Ω, calcula la tensión instantánea en los terminales del dipolo RLC*, U(t)

Solution/Solución:

a) U_R (t) = 8·50 cos (500t - 70°) = 400 cos (500t - 70°) V

b) $X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^2} = 100\,\Omega$ $\quad -90 = \varphi_u + 70 \Rightarrow \varphi_u = -160º$

U_C (t) = 8·100 cos (500t - 160°) = 800 cos (500t - 160°) V

c) $X_L = \frac{90}{8} = 11,25\,\Omega = L\omega = L \cdot 500 \Rightarrow L = \frac{11,25}{500} = 0,0225\,H = 22,5\,mH$

d) $Z = 101,86 = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_m}{8} \Rightarrow U_m = 814,92\,V$

$tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{11,25 - 100}{50} = -1,775 \Rightarrow \varphi = -60,6º$

$-60,6 = \varphi_u + 70 \Rightarrow \varphi_u = -130,6º$ $\quad$ U (t) = 814,92 cos (500t – 60,6°) V

5. A silicon rod is doped with arsenic (donor impurity). The arsenic density is $1{,}3\cdot10^{16}$ m^{-3}.

Data: electrons mobility in silicon at 300 K μ_n = 0,135 m² / Vs; holes mobility in silicon at 300 K μ_p = 0,05 m² / Vs; intrinsic density of silicon at 300 K ni = $1{,}5\cdot10^{16}$ m^{-3}; charge of the electron, e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Una barra de silici està dopada amb arsènic (impuresa donadora). La concentració d'arsènic és de *$1{,}3\cdot10^{16}$ m^{-3}.*

Dades: mobilitat electrons en el silici a *300 K μ_n = 0.135 m²/Vs*; mobilitat buits en el silici a *300 K μ_p = 0.05 m²/Vs*; concentració intrínseca del silici *ni = $1{,}5\cdot10^{16}$ m^{-3}*; càrrega de l'electró, *e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C.*

Una barra de silicio está dopada con arsénico (impureza donadora). La concentración de arsénico es de $1{,}3\cdot10^{16}$ m^{-3}.

Datos: movilidad electrones en el silicio a 300 K μ_n = 0.135 m²/Vs; movilidad huecos en el silicio a 300 K μ_p = 0.05 m²/Vs; concentración intrínseca del silicio ni = $1{,}5\cdot10^{16}$ m^{-3}; carga del electrón, e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Compute at the temperature 300 K/*Calcula, a 300 K*/*Calcula, a 300 K:*

a) Density of electrons/Concentració d'electrons/*Concentración de electrones*

b) Density of holes/Concentració de buits/*Concentración de huecos*

c) If the density of holes is $1{,}2\cdot10^{16}$ m^{-3}, find the resistivity of Silicon/Si la concentració de buits fora $1{,}2\cdot10^{16}$ m^{-3} , quina seria la resistivitat del silici?/*Si la concentración de huecos fuera $1{,}2\cdot10^{16}$ m^{-3} , ¿cuál sería la resistividad del silicio?*

Solution/Solución:

a), b) $N_D = 1{,}3\cdot10^{16}$ m^{-3} $\quad N_A = 0$

Electric neutrality law/ley de neutralidad eléctrica: $1{,}3\cdot10^{16} + p = n$

Mass action law/Ley de acción de masas: $n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{2{,}25\cdot10^{32}}{p}$

By solving the system/Resolviendo el sistema: $p^2 + 1{,}3\cdot10^{16}p - 2{,}25\cdot10^{32} = 0$

$p = \frac{-1{,}3+\sqrt{1{,}69+9}}{2}10^{16} = 0{,}98\cdot10^{16}\ \mathrm{m}^{-3}$ and $n = 2{,}28\cdot10^{16}\mathrm{m}^{-3}$

c) If/Si p=$1{,}2\cdot10^{16}$ m^{-3} $\quad n = \frac{n_i^2}{p} = 1{,}88\cdot10^{16}\ \mathrm{m}^{-3}$

And the resistivity/Y la resistividad: $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{e(n\mu_n + p\mu_p)} = 1996\ \Omega\mathrm{m}$

Form

Magnetic Forces $\vec{F}=\mathrm{q}(\vec{v}\times\vec{B})$ $\quad d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$ $\quad \vec{\mu}=\vec{m}=N\cdot \mathrm{I}\cdot\vec{S}$ $\quad \vec{\tau}=\vec{M}=\vec{\mu}\times\vec{B}$ $\quad V_H=\dfrac{I\cdot B\cdot d}{n\cdot e\cdot S}$

Sources of magnetic field $\quad d\vec{B}=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{d\vec{\ell}\times\vec{r}}{r^3}$ $\quad \mu_0=4\pi 10^{-7}$ (I.S.units) $\quad B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$ $\quad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I$ $\quad B=\dfrac{\mu_0 NI}{l}$

Electromagnetic induction $\quad |\varepsilon|=\dfrac{d\phi}{dt}$ $\quad \phi=L\cdot I$ $\quad \phi_{21}=M\cdot I_1$ $\quad W_L=\dfrac{1}{2}L\cdot I^2$

Alternating current $\quad \varphi=\varphi_u-\varphi_i$ $\quad x_L=L\omega$ $\quad x_C=\dfrac{1}{C\omega}$ $\quad U_{rms}=\dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$ $\quad I_{rms}=\dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

$tg\varphi=\dfrac{L\omega-1/C\omega}{R}$ $\quad Z=\sqrt{R^2+(L\omega-1/C\omega)^2}$ $\quad f_0=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$

Semiconductors $\quad n\cdot p=n_i^2$ $\quad N_A+n=N_D+p$ $\quad \sigma=\dfrac{1}{\rho}=q_{e^-}(n\mu_n+p\mu_p)$ $\quad q_{e^-}=1{,}6\cdot 10^{-19}\ C$