	Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática Dpto. Física Aplicada Grado en Ingeniería Informática/Doble Grado II+ADE	Primer parcial de FFI **2 de Noviembre de 2023** Curso 2023/24

1. El plano Y=2 (plano infinito) de un sistema de referencia está cargado con una densidad superficial de carga homogénea σ=-2 $\mu C/m^2$, y en el punto P(0,0,1) hay una carga puntual negativa q=-5 µC.
Dados los puntos A(0,1,1) m, B(0,3,1) m, C(0,-1,1) m y D(0,0,4) m, calcular:

a) El vector campo eléctrico en el punto B.
b) La diferencia de potencial entre los puntos A y B.
c) La diferencia de potencial entre los puntos A y C.
d) La diferencia de potencial entre los puntos A y D.
e) Da las coordenadas de un punto donde el campo eléctrico se anule.

Solución:

a) $\vec{E}_B = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\vec{j}) + \frac{kq}{d^2}(-\vec{j}) = (\frac{2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} + \frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}}{3^2})(-\vec{j}) = (113+5)\cdot 10^3(-\vec{j}) = 118\cdot 10^3(-\vec{j})\,N/C$

b) $V_A - V_B = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-1) + (\frac{kq}{1} - \frac{kq}{3}) = -\frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}}{3} = \frac{-90\cdot 10^3}{3} = -30000\,V$

c) $V_A - V_C = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(3-1) + (\frac{kq}{1} - \frac{kq}{1}) = \frac{-2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}2 = -226\cdot 10^3\,V$

d) $V_A - V_D = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(2-1) + (\frac{kq}{1} - \frac{kq}{3}) = -\frac{2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} - \frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot 2}{3} = (-113-30)\cdot 10^3 = -143000\,V$

e) Ese punto debe estar situado sobre una recta paralela al eje Y y que pasa por el punto (0,0,1) porque en cualquier punto fuera de ese eje, los campos eléctricos creados por el plano y por la carga tienen diferentes direcciones y no pueden anularse. Para que el campo eléctrico total se anule, el campo eléctrico debido al plano debe anular al creado por la carga, y ello sólo puede ocurrir en puntos del eje antes mencionado cuya coordenada y esté en el intervalo 0<y<2,ya que en ese intervalo los campos eléctricos creados por carga y plano llevan sentidos opuestos. Es decir, si d es la distancia desde el punto buscado a P, debe verificarse que

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{kq}{d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{kq2\varepsilon_0}{\sigma}} = \sqrt{\frac{45}{113}} = 0{,}63\,m$$

En el punto y=0,63 m, el campo eléctrico se anula. Entonces, el punto donde se anula el campo eléctrico es el punto (0; 0,63; 1) m.

2. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el interior de un conductor cargado y en equilibrio electrostático? ¿Qué ocurre con la carga y el potencial electrostático? ¿Qué dirección llevan las líneas de campo eléctrico en puntos muy próximos al conductor?
Se deben justificar las respuestas.

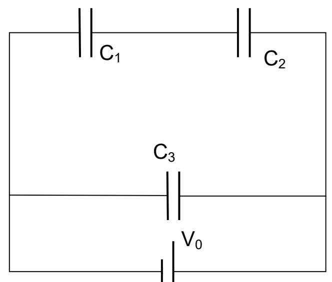
E: Para que el conductor esté en equilibrio el campo eléctrico en cualquier punto del interior del conductor debe ser nulo $\vec{E} = 0$, en caso contrario actuarían fuerzas eléctricas sobre las cargas y éstas no podrían estar en equilibrio.

Q: Si el campo eléctrico es nulo en el interior, aplicando el teorema de Gauss a cualquier superficie cerrada dentro del conductor el flujo será nulo, y por lo tanto **la carga encerrada será nula** ($\Phi = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$), por lo que la densidad volumétrica de carga en el interior del conductor será cero ($\rho = 0$). Si el conductor está cargado, la carga necesariamente debe distribuirse sobre la superficie exterior.

V: Como el campo eléctrostático es nulo en el interior del conductor, **la diferencia de potencial** entre dos puntos cualesquiera del conductor será asimismo nula ($V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$) y, por lo tanto, el potencial será constante en todo el volumen del conductor. De esta forma el volumen y la superficie del conductor son equipotenciales.

Dirección de las líneas de campo **E** en puntos próximos: Dado que la superficie del conductor es equipotencial, el campo eléctrico en sus proximidades será perpendicular a la superficie.

3. La figura muestra 3 condensadores iguales de capacidad *C*, conectados a una diferencia de potencial V_0
a) Halla la carga en cada condensador.
b) Retiramos la fuente de tensión e introducimos un dieléctrico de permitividad relativa 5 en el condensador C_3. Halla la carga en cada condensador después de introducir el dieléctrico.



a) Los condensadores 1 y 2 están en serie y su capacidad equivalente es:

$$C_{1,2,} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C}\right)^{-1} = \frac{C}{2}$$

A su vez este condensador equivalente está en paralelo con el C_3 y la capacidad equivalente del conjunto, es:

$$C_{eq} = \sum C_i = \frac{C}{2} + C = \frac{3C}{2}$$

La carga del condensador equivalente, a la d.d.p. V_0 es: $Q_T = C_{eq}V_0 = \frac{3}{2}CV_0$

Los condensadores 1 y 2, al estar en serie tienen la misma carga,

$$Q_1 = Q_2 = C_{1,2}V_0 = \frac{CV_0}{2}$$

Y la carga del condensador 3 es: $Q_3 = CV_0$

b) Al desconectar la fuente del conjunto y estar aislado el sistema, la carga del conjunto permanece constante, pero al introducir un dieléctrico en el condensador 3, éste cambia su capacidad y hay un nuevo reparto de cargas, pero siempre manteniéndose la carga constante.
Así tenemos:

$Q_1' = Q_2' \qquad Q_1' + Q_3' = Q_T = \frac{3}{2}CV_0$

La capacidad del condensador 3, al introducir el dieléctrico pasa a ser $C_3' = 5C$, y al estar el conjunto de los condensadores 1 y 2 en paralelo con el condensador 3, es decir a la misma d.d.p., tenemos:

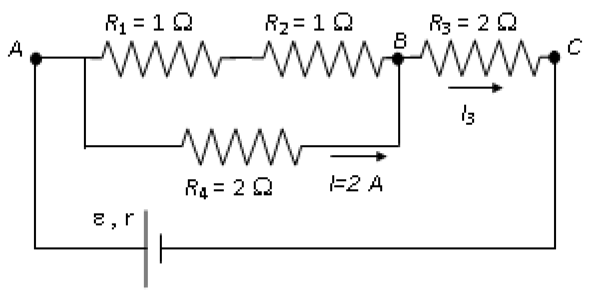
$$\frac{Q_1'}{C/2} = \frac{Q_3'}{5C} \qquad\qquad 10Q_1' = Q_3'$$

Resolviendo el sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, obtenemos:

$Q_1' = Q_2' = \frac{3}{22}CV_0 \qquad Q_3' = \frac{30}{22}CV_0$

4. Cuatro resistencias están conectadas tal y como se ve en la figura. Por R_4 circula una corriente I=2 A. Calcular:

a) La diferencia de potencial entre los puntos A y B, V_A-V_B.
b) La intensidad I_3 que circula por R_3.
c) La diferencia de potencial entre los puntos A y C, V_A-V_C.
d) La potencia total consumida por el conjunto de todas las resistencias.
e) Si el rendimiento del generador es del 80%, calcula su fuerza electromotriz y su resistencia interna (ε, r). **2 puntos**



a) La d.d.p. en los terminales de R_4 es $V_{R4} = V_A - V_B = I^*R_4 = 2^*2 = 4$ V

b) La intensidad que circula por las resistencias R_1 y R_2 es: I_{12}=4/2=2 A. Como $I_3 = I_{12} + I_4$ entonces I_3=2+2=4 A

c) La d.d.p. en los bornes de R_3 es V_{R3}=2*4=8 V. Luego V_A-V_C=V_{R4}+V_{R3}=4+8=12 V

d) La resistència equivalente del circuito es R_{eq}=3 Ω. La potencia consumida: $P_R = I_3^{\,2} R_{eq} = 4^2 \cdot 3 = 48\ W$

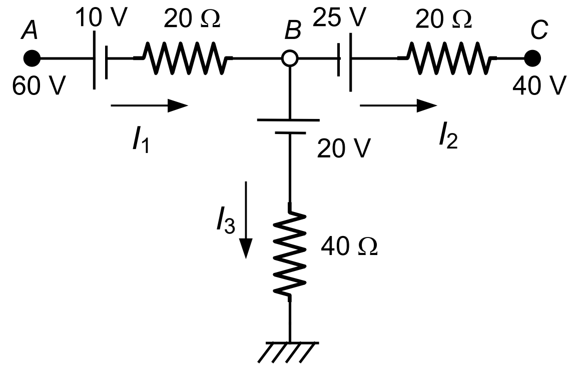
e) La potencia suministrada por el generador al circuito es igual a la consumida por el conjunto de las resisténcias P_s=48 w. Del rendimiento obtenemos:

$$\eta_g = \frac{P_s}{P_g} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{48}{P_g} \Rightarrow P_g = \frac{48}{0{,}8} = 60\ w \quad \text{y} \quad P_g = \varepsilon I \Rightarrow 60 = \varepsilon * 4 \Rightarrow \varepsilon = \frac{60}{4} = 15\ V$$

La potencia consumida en la resistència interna del generador es la diferencia entre la generada y suministrada:

$$P_r = P_g - P_s = 60 - 48 = 12\ w \quad \text{y} \quad P_r = I^2 r \Rightarrow 12 = 4^2 r \Rightarrow r = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0{,}75\ \Omega$$

5. Dado el circuito de la figura, calcula:
a) Las intensidades que circulan por cada una de las ramas utilizando las leyes de Kirchhoff.
b) La resistencia equivalente entre B y tierra.
c) El generador equivalente de Thevenin entre B y tierra, y la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de 50 Ω que conectásemos entre B y tierra.
Dado el circuito de la figura, calcula:
a) Las intensidades que circulan por cada una de las ramas utilizando las leyes de Kirchhoff.
b) El generador equivalente de Thevenin entre B y tierra.
b1) Fuerza electromotriz de Thèvenin.
b2) Resistencia equivalente de Thèvenin.
c) Calcula la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de 50 Ω añadida al circuito, conectada entre los puntos B y tierra.



a) Aplicamos al circuito las leyes de Kirchhoff.

Ley de los nudos:

$$\Sigma I = 0$$
$$I_1 = I_2 + I_3$$

Ley de las mallas

$$V_A - V_T = 60 = 10 + 20 I_1 + 20 + 40 I_3$$
$$V_C - V_T = 40 = 25 + 20 - 20 I_2 + 40 I_3$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, obtenemos: $I_1 = 1\ A \quad I_2 = 0{,}75\ A \quad I_3 = 0{,}25\ A$

b) Resistencia equivalente entre B y tierra, observamos que las tres resistencias están entre esos dos puntos en paralelo, luego:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{20} = \frac{5}{40}$$
$$R_{eq} = 8\ \Omega$$

c) Generador equivalente de Thèvenin entre B y Tierra:

$$R_{Th} = R_{eqBT} = 8\Omega$$
$$\varepsilon_T = V_B - V_T = 20 + 40 I_3 = 30\ \text{V}$$

El polo positivo del generador equivalente de Thevenin conectado al punto B.

Si conectamos una resistencia de 50W entre B y tierra, la intensidad que circula por ella, utilizando Thèvenin es:

$$I = \frac{\Sigma\varepsilon}{\Sigma R} = \frac{30}{50+8} = 0{,}52 \;\; A$$