



1.- Dadas 2 cargas puntuales, $Q_1=1 \mu\text{C}$ y $Q_2=2 \mu\text{C}$, situadas respectivamente en los puntos $P_1(0,0)$ y $P_2(0,2)$ m, calcula:

- La posición (coordenadas) que debería tener una tercera carga Q_3 de valor $1 \mu\text{C}$ para que la fuerza electrostática total sobre ella fuera 0 (el punto buscado es P_3).
- Calcula cual debería ser el nuevo valor de la segunda carga, Q'_2 , para que la carga Q_3 debiera colocarse en el punto de coordenadas $P'_3(0,1)$ m (se asume cargas 1 y 2 fijas e inmóviles).
- Calcula el potencial total de la carga Q_3 en cada uno de los apartados a) y b) anteriores.
- Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico para desplazar la carga $Q_3=1 \mu\text{C}$ desde P_3 hasta P'_3

Solución:

- a) *Al ser las cargas Q_1 y Q_2 positivas, y la carga Q_3 también, las fuerzas sobre Q_3 son repulsivas. Por ello, Q_3 debe colocarse sobre el eje Y, entre las cargas Q_1 y Q_2 . Si y es la distancia entre Q_1 y Q_3 e igualamos los módulos de las fuerzas:*

$$F_1=F_2 \quad KQ_1 \cdot Q_3/y^2 = KQ_2 \cdot Q_3/(2-y)^2$$

$$1/y^2 = 2/(2-y)^2 \quad (2-y)^2 = 2y^2 \quad y^2 + 4y - 4 = 0 \quad \rightarrow y = 0,828 \text{ y } y = -4,828$$

La solución negativa implica que el punto buscado se encuentra por debajo de la carga Q_1 (y negativa), donde las fuerzas repulsivas de Q_1 y Q_2 se suman, no siendo posible que se cancelen. Por este motivo, la solución correcta es la primera, y las coordenadas del punto P_3 buscado son $P_3(0, 0,828)$ m.

- b) *Si Q_3 debe colocarse justo en el punto medio entre Q_1 y Q'_2 , para que la fuerza sobre Q_3 se anule, deben ser $Q_1 = Q'_2 = 1 \mu\text{C}$:*

$$F_1=F_2 \quad KQ_1/1^2 = KQ'_2/(1)^2 \quad Q'_2=Q_1=1 \mu\text{C}$$

Siguiendo el mismo razonamiento, también la solución $Q'_2=Q_1=-1 \mu\text{C}$ es válida.

- c) *Calculando el potencial eléctrico de Q_3 en cada uno de los apartados a) y b):*

$$V_a) = k \cdot Q_1/0,828 + k \cdot Q_2/1,172 = 9 \cdot 10^9 (1 \cdot 10^{-6}/0,828 + 2 \cdot 10^{-6}/1,172) = 26,22 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_b) = k \cdot Q_1/1 + k \cdot Q'_2/1 = 9 \cdot 10^9 (1 \cdot 10^{-6} + 1 \cdot 10^{-6}) = 18 \cdot 10^3 \text{ V}$$

- d) El trabajo realizado es:

$$W = Q_3 \cdot (V_a - V_b) = 1 \cdot 10^{-6} (26,22 \cdot 10^3 - 18 \cdot 10^3) = 8,22 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

2.- ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el interior de un conductor cargado y en equilibrio electrostático? ¿Qué ocurre con la carga y el potencial electrostático? ¿Qué dirección llevan las líneas de campo eléctrico en puntos muy próximos al conductor? Se deben justificar las respuestas.

Solución:

E: Para que el conductor esté en equilibrio el campo eléctrico en cualquier punto del interior del conductor debe ser nulo $\vec{E} = 0$, en caso contrario actuarían fuerzas eléctricas sobre las cargas y éstas no podrían estar en equilibrio.

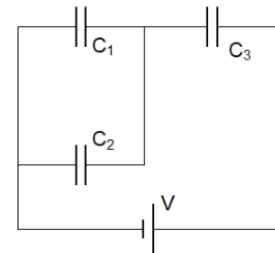
Q: Si el campo eléctrico es nulo en el interior, aplicando el teorema de Gauss a cualquier superficie cerrada dentro del conductor el flujo será nulo, y por lo tanto la carga encerrada en esa superficie será

nula ($\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0}$), por lo que la densidad volumétrica de carga en el interior del conductor será cero ($\rho = 0$). Si el conductor está cargado, la carga necesariamente debe distribuirse sobre la superficie exterior.

V: Como el campo electrostático es nulo en el interior del conductor, la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera del conductor será asimismo nula ($V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$) y, por lo tanto, el potencial será constante en todo el volumen del conductor. De esta forma el volumen y la superficie del conductor son equipotenciales.

(Dirección de las líneas de campo E en puntos próximos: Dado que la superficie del conductor es equipotencial, el campo eléctrico en sus proximidades será perpendicular a la superficie.

3.- La figura muestra 3 condensadores iguales de capacidad C , conectados a una diferencia de potencial V .



- Halla la carga y la diferencia de potencial en cada condensador.
- Sin retirar la fuente, se introduce un dieléctrico de permitividad relativa 4 en el condensador 1. Halla la nueva carga en cada condensador.

Solución:

a) 1 y 2 están en paralelo, entonces $C_{12} = C + C = 2C$

C_{12} y C_3 están en serie, entonces $C_{eq} = (2C * C) / (2C + C) = 2C/3$

$Q_{total} = C_{eq} * V = 2CV/3$ por estar en serie: $Q_{total} = Q_{12} = Q_3 = 2CV/3$

Como $C_1 = C_2 = C$, entonces $Q_1 = Q_2 = CV/3$

La ddp será: $V_{12} = Q_{12} / C_{12} = V/3$ y $V_3 = Q_3 / C_3 = 2V/3$

b) $C'_1 = 4C$ $C'_{12} = 4C + C = 5C$

C'_{12} y C_3 están en serie, entonces $C'_{eq} = (5C * C) / (5C + C) = 5C/6$

$Q'_{total} = C'_{eq} * V = 5CV/6$ por estar en serie: $Q'_{total} = Q'_{12} = Q'_3 = 5CV/6$

$Q'_{12} = Q'_1 + Q'_2$

$V_{12} = Q'_{12} / C_{12} = V/6$, entonces

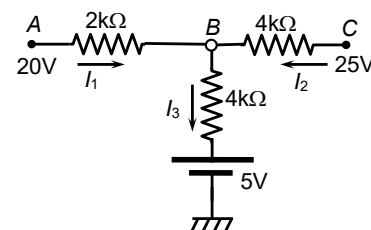
$Q'_1 = 4CV/6$ $Q'_2 = CV/6$

4.- Dado el circuito de la figura,

a) Determina las intensidades de rama I_1 , I_2 , e I_3 mediante las leyes de Kirchhoff.

b) Calcula el generador equivalente de Thevenin entre B y tierra.

c) Si conectamos una nueva resistencia de $4 \text{ k}\Omega$ directamente entre B y tierra, ¿Qué corriente circulará por ella? (valor y sentido).



Solución:

Por simplicidad se opera directamente en V y $\text{k}\Omega$, sabiendo que los resultados saldrán en mA . No se ha usado pues el sistema internacional en las operaciones numéricas.

a) Aplicamos Kirchhoff a nudos y a ramas con origen en tierra y fin en el nudo donde evaluamos las intensidades, teniendo:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 - I_3 &= 0 & [1] \\ 20 &= 2I_1 + 4I_3 + 5 & [2] \\ 25 &= 4I_2 + 4I_3 + 5 & [3] \end{aligned}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, resulta

$$I_1 = 1'25\text{mA} \quad I_2 = 1'875\text{mA} \quad I_3 = 3'125\text{mA}$$

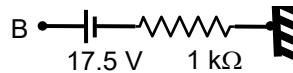
a) La diferencia de potencial entre B y tierra será:

$$V_B = 20 - (1.25 \cdot 2) = 17.5 \text{ V}$$

Y la resistencia es la equivalente a las tres resistencias en paralelo:

$$R_{AB} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = 1 \text{ k}\Omega$$

Y el generador equivalente de Thèvenin queda:



b) La corriente a partir del equivalente Thevenin, se obtiene como: $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{17,5}{1+4} = 3,5\text{mA}$

FORMULARIO	$\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$	$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{kg m}^3}{\text{A}^2 \text{s}^4}$	$V = \frac{U}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$	$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
	$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = U_A - U_B$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$	$C = \frac{Q}{V}$	$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r}$	$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$
	$U = qV$	$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = (V_A - V_B) = -\Delta V$	$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$	$V_1 - V_2 = RI$	
	$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$	$\rho = \rho_0(1 + \alpha(t - t_0))$	$\vec{J} = nq\vec{v}_a$	$\vec{J} = \sigma \vec{E}$	
	$R = \rho \frac{\ell}{S}$	$\varepsilon = dU/dq$	$P = I^2 R$	$P_g = \varepsilon I$	
	$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R}$	$V_A - V_B = \sum RI - \sum \varepsilon$	$\eta_g = \frac{P_s}{P_g}; \eta_t = \frac{P_t}{P_c}$		
$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$	$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$	$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$	$\vec{m} = I\vec{S}$	$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$	
$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$	$C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$	$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$	
$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\Phi_{21} = M \cdot I_1$		$\Phi = LI$	$W_L = \frac{1}{2} LI^2$	
$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$	$\text{tg}\varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$	$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$			
$n \cdot p = n_i^2$	$N_A + n = N_D + p$	$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$	$J_{Dn} = qD_n \nabla n$	$J_{Dp} = -qD_p \nabla p$	