



P1.-Un hilo indefinidamente largo está ubicado en el eje OZ en un sistema de referencia cartesiano. El hilo tiene una densidad lineal de carga $\lambda=20 \mu\text{C}/\text{m}$. El plano XOY del mismo sistema de referencia tiene a su vez una densidad de carga $\sigma=-30 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Calcular:

- El vector campo eléctrico creado por ambas distribuciones en el punto A(0,1,2) m y el vector campo eléctrico total en ese mismo punto.
- El flujo del campo eléctrico a través de una esfera virtual centrada en el origen de radio 3 m.
- La diferencia de potencial $V_B - V_A$ entre el punto A y el punto B(0,4,6) m.
- Trabajo realizado al mover una carga de $-5 \mu\text{C}$ de A a B. Indicar si el trabajo es realizado por el campo o por un agente externo.

Solución:

- a) El campo eléctrico generado por el hilo viene dado por la expresión: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_r$

Dado que el punto A está a 1m del hilo tenemos: $\vec{E}_{\text{hilo}} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \vec{j} = 359672 \vec{j}$

El campo eléctrico creado por el plano viene dado por la expresión: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_r$

Por tanto: $\vec{E}_{\text{plano}} = \frac{-30 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \vec{k} = -1694915 \vec{k}$

Por lo que el campo total es: $\vec{E}_A = 359 \vec{j} - 1695 \vec{k} \text{ kN/C}$

- b) El teorema de Gauss establece que el flujo a través de un área dada se relaciona con la carga encerrada en ella:

$$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum Q_{in}}{\epsilon_0} \Rightarrow \phi = \frac{Q_{hilo} + Q_{plano}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \cdot L + \sigma \cdot A}{\epsilon_0} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 6 - 30 \cdot 10^{-6} \pi 3^2}{8.85 \cdot 10^{-12}} = -82285878 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

- c) La diferencia de potencial entre dos puntos se puede calcular como:

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{A_x}^{B_x} \vec{E}_x \cdot dx - \int_{A_y}^{B_y} \vec{E}_y \cdot dy - \int_{A_z}^{B_z} \vec{E}_z \cdot dz \\ V_B - V_A &= 0 - \int_1^4 \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \cdot dy - \int_2^6 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot dz = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{4}{1}\right) - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (6 - 2) \\ &= - \frac{20 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \ln(4) - \frac{-30 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} 4 = 6281 \text{ kV} \end{aligned}$$

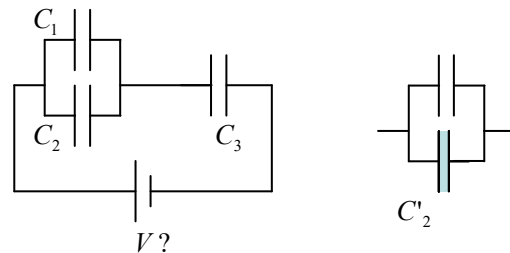
- d) El trabajo puede calcularse como:

$$W_{AB} = -U_{AB} = -q\Delta V = q(V_A - V_B) = (-5 \cdot 10^{-6}) \cdot (-6281049.491) = 31.4 \text{ J}$$

El trabajo es positivo, lo que indica que es realizado por el campo.

P2.-Los tres condensadores de la figura tienen la misma capacidad $C=3\text{ }\mu\text{F}$, y han sido cargados por una fuente de ddp desconocida hasta que el condensador de la derecha, C_3 , adquiere una carga $25,2\text{ }\mu\text{C}$. Se desea saber

- diferencia de potencial de cada condensador y en la fuente
- capacidad equivalente del sistema



A continuación, los dos condensadores de la izquierda (C_1 y C_2) se aíslan de todo el circuito y, estando cargados, se realizan las siguientes manipulaciones sobre el condensador dos: Sus armaduras se aproximan hasta reducir la distancia a la mitad, y se rellena todo el espacio entre armaduras con un dieléctrico de permitividad relativa $\epsilon_r=2,5$. Se desea conocer

- carga y ddp en ambos condensadores

Solución:

$$\text{a) } V_3 = \frac{Q_3}{C_3} \quad V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{25,2 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}} = 8,4 \text{ V}$$

$$V_{1y2} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} \text{ donde } Q_{12} = Q_3 \text{ y donde } C_{12} \text{ es la asociación en paralelo de } C_1 \text{ y } C_2, \text{ es decir } C_{12} = C_1 + C_2 = 2C$$

$$\text{Por tanto } V_{1y2} = V_1 = V_2 = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{Q_3}{2C} = \frac{25,2}{6} = 4,2 \text{ V}$$

$$\text{La ddp de la fuente será } V = V_{1y2} + V_3 = 4,2 \text{ V} + 8,4 \text{ V} = 12,6 \text{ V}$$

$$\text{b) La capacidad equivalente del sistema es: } \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{2C} = \frac{2+1}{2C} = \frac{3}{2C} \Rightarrow C_{eq} = \frac{2C}{3} = 2\text{ }\mu\text{F}$$

c) Sabemos que la carga de la asociación se habrá mantenido (conservación de la carga), pero habrá cambiado su reparto entre condensadores, por lo que habrá cambiado la ddp. Si la distancia entre placas se hace la mitad, la capacidad se hace el doble, y si añadimos un dieléctrico entre ellas, la capacidad se multiplica por el valor de la permitividad dieléctrica relativa. Por ello, la nueva capacidad de C_2 será

$$C'_2 = 2 \cdot C \cdot 2,5 = 5C = 15\text{ }\mu\text{F}$$

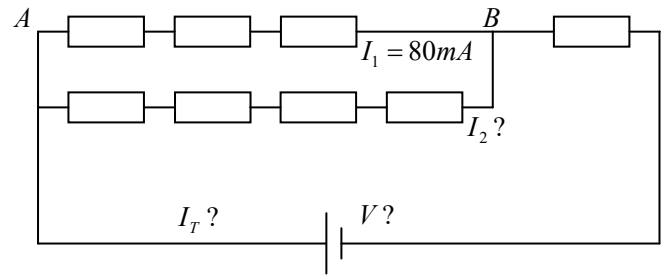
$$\text{La capacidad equivalente de este condensador y } C_1 \text{ es } C'_{12} = C + 5C = 6C = 18\text{ }\mu\text{F}$$

$$\text{Entonces: } V_{1y2'} = V'_1 = V'_2 = \frac{Q_{12}}{C'_{12}} = \frac{Q_3}{6C} = \frac{25,2 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-6}} = 1,4 \text{ V}$$

$$\text{Y las cargas: } Q'_1 = C \cdot V_{1y2'} = 3 \cdot 1,4 = 4,2\text{ }\mu\text{C} \quad Q'_2 = C'_2 \cdot V_{1y2'} = 15 \cdot 1,4 = 21\text{ }\mu\text{C}$$

P3.-En la figura se representa un circuito en el que se asocian 8 resistencias iguales, cada una de ellas con un valor de 70Ω . Se sabe que la intensidad que circula por la rama 1 es de 80mA . Se desea conocer:

- Intensidad que circula por la rama dos y por la fuente
- Diferencia de potencial entre los puntos A y B
- Diferencia de potencial en los bornes del generador ideal, V
- Resistencia equivalente de todo el circuito



Solución:

a) La ddp AB puede calcularse por las dos ramas $V = I \cdot R$: $V_{AB} = I_1 \cdot (3R)$; $V_{AB} = I_2 \cdot (4R)$
 Luego: $I_1 \cdot (3R) = I_2 \cdot (4R) \Rightarrow I_2 = \frac{3}{4}I_1 = 60\text{ mA}$ Y $I_T = I_1 + I_2 = 140\text{ mA}$

b) $V_{AB} = I_1 \cdot (3R) = 0'08 \cdot (3 \cdot 70) = 16,8\text{ V}$

c) La ddp en los bornes del generador ideal será:

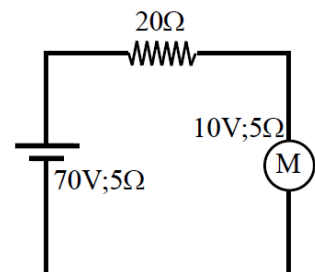
$$V_{gen} = 16'8 + I_T \cdot R = 16,8 + 0'14 \cdot 70 = 16,8 + 9'8 = 26'6\text{ V}$$

d) $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{4R} = \frac{7}{12R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{12}{7}R$

Y $R_{eq} = R_{AB} + R = \frac{12}{7}R + R = \frac{19}{7}R = 190\Omega$

P4.- Dado el circuito de la figura, calcula:

- La potencia generada y suministrada por el generador, así como su rendimiento.
- Potencia consumida por la resistencia de 20Ω
- Potencia consumida y transformada por el motor, así como su rendimiento.
- Calcular el balance de todas las potencias en el circuito.



Solución:

a) La intensidad que recorre el circuito (en sentido horario es: $i = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{70-10}{5+20+5} = 2\text{ A}$

$$P_g = \varepsilon \cdot i = 70 \cdot 2 = 140\text{ W} \quad P_s = \varepsilon \cdot i - i^2 r = 70 \cdot 2 - 2^2 \cdot 5 = 120\text{ W} \quad \eta = \frac{P_s}{P_g} = \frac{120}{140} = 0.857 = 85.7\%$$

b) $P_R = i^2 R = 2^2 \cdot 20 = 80\text{ W}$

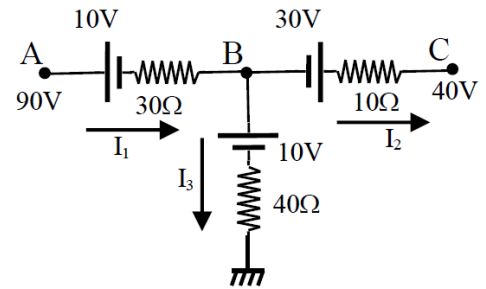
c) $P_C = \varepsilon' \cdot i + i^2 r = 10 \cdot 2 + 2^2 \cdot 5 = 40\text{ W} \quad P_t = \varepsilon' \cdot i = 10 \cdot 2 = 20\text{ W} \quad \eta' = \frac{P_t}{P_C} = \frac{20}{40} = 0.5 = 50\%$

d) El balance de potencias indica que la potencia generada debe ser igual a la suma de todas las potencias consumidas en el circuito (potencia consumida en todas las resistencias del circuito y la potencia transformada). Efectivamente, se cumple que

$$P_g = \varepsilon \cdot i = 70 \cdot 2 = 140 = 2^2 \cdot 5 + 2^2 \cdot 20 + 2^2 \cdot 5 + 10 \cdot 2 = 140$$

P5.- Dado el circuito de la figura, calcula:

- Las intensidades que circulan por cada una de las ramas utilizando las leyes de Kirchhoff.
- La resistencia equivalente entre B y C.
- El generador equivalente de Thevenin entre B y C, y la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de $60\ \Omega$ que conectásemos entre B y C.



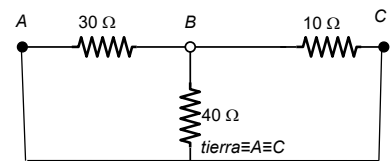
Solución:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ V_{Atierra} &= 90 = 30I_1 + 10 + 40I_3 + 10 \\ V_{Ctierra} &= 40 = -10I_2 + 30 + 40I_3 + 10 \end{aligned} \right\}$$

La solución de este sistema es $I_1 = \frac{35}{19} = 1,842\ A$ $I_2 = \frac{28}{19} = 1,474\ A$ $I_3 = \frac{7}{19} = 0,368\ A$

- Si anulamos los tres generadores, el circuito pasivo resultante es el de la figura, en el que las tres resistencias, entre los puntos B y C, están conectadas en paralelo. Por tanto, la resistencia equivalente entre B y C es:

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40} = \frac{19}{120} \Rightarrow R_{BC} = \frac{120}{19} = 6,32\ \Omega$$

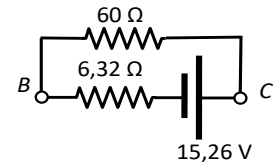


- $\varepsilon_T = V_{BC} = 10I_2 - 30 = 10 \frac{28}{19} - 30 = \frac{280}{19} - \frac{570}{19} = -\frac{290}{19} = -15,26\ V$

Por tanto, el generador equivalente de Thèvenin entre B y C es:



Si conectamos una resistencia de $60\ \Omega$ entre B y C, el circuito resultante es:



Y la corriente que recorrerá este circuito (en sentido antihorario), será:

$$I = \frac{\frac{290}{19}}{\frac{120}{19} + 60} = \frac{\frac{290}{19}}{\frac{120 + 1140}{19}} = \frac{\frac{290}{19}}{\frac{1260}{19}} = \frac{29}{126} = 0,23\ A$$