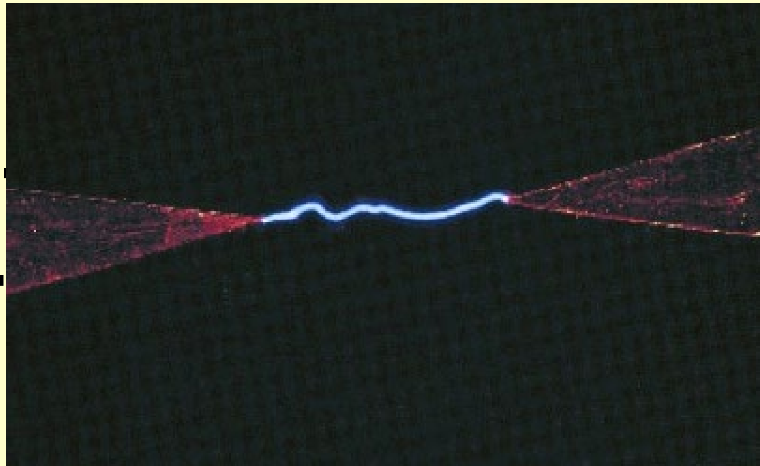
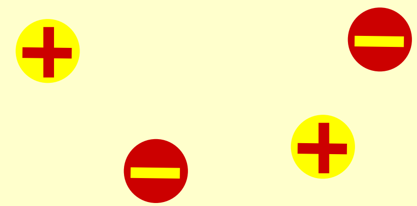
Lección 1: Electrostática de cargas puntuales

- Introducción: carga eléctrica.
- Fuerzas electrostáticas: Ley de Coulomb.
- Campo eléctrico. Líneas del campo eléctrico.
- Flujo eléctrico. Ley de Gauss.
- Trabajo del campo eléctrico.
  Energía potencial electrostática.
  Potencial eléctrico en un punto.
- Superficies equipotenciales.



Introducción. Carga eléctrica

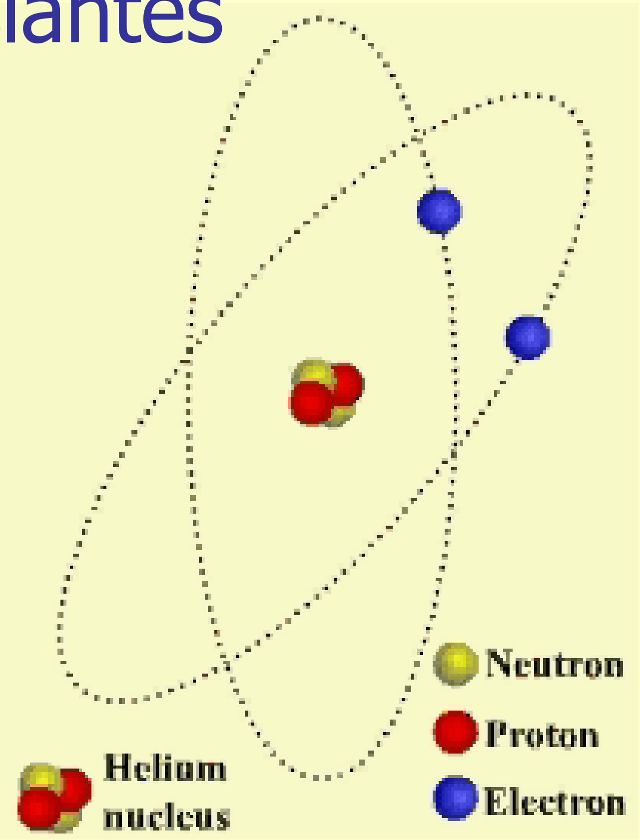
- Dos tipos:
  - positiva y negativa



- La carga positiva está localizada en los protones y la negativa en los electrones. La cantidad de cualquier carga debe ser un múltiplo de estos, lo que significa que la carga eléctrica está cuantizada. La carga eléctrica más pequeña que puede ser aislada es $e = 1.60\times10^{-19}$ *C.* (carga eléctrica del protón y del electrón).
- En un objeto aislado la carga eléctrica neta es constante (ley de conservación de la carga).
- Unidad de carga eléctrica: Coulombio (C) [Q]=IT

* Tipler, capítulo 21, sección 21.1

Introducción. Conductores y aislantes



- Átomo neutro: El mismo número de protones (+) que de electrones (-).

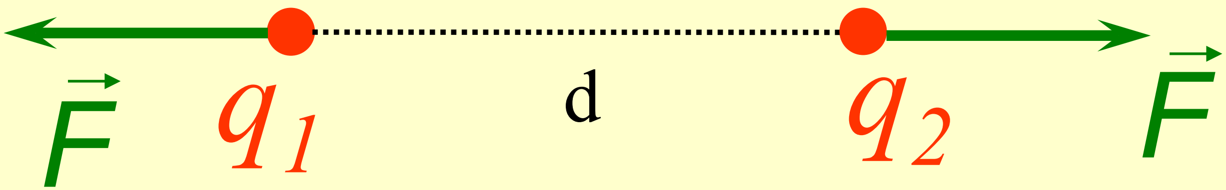
- Sólo los electrones pueden ser arrancados de un átomo (quedando con carga +) o añadidos a un átomo (quedando con carga -).

* Tipler, capítulo 21, sección 21.2

Fuerzas eléctricas: Ley de Coulomb

- La ley de Coulomb cuantifica las fuerzas eléctricas entre cargas puntuales en el vacío.
- Es una ley experimental similar a la ley de Newton de la gravitación universal.

En forma escalar:



q_1 y q_2 del mismo signo

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2$$

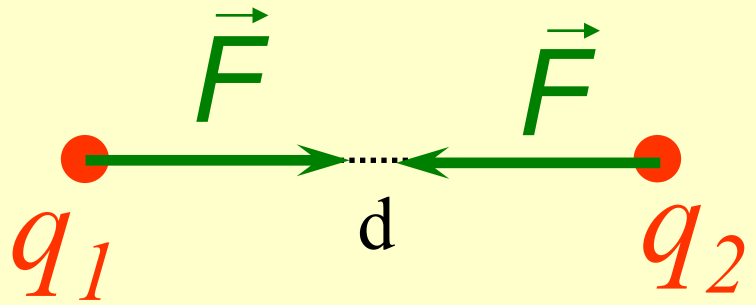
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{,}0 \times 10^9 Nm^2 / C^2$$

* Tipler, capítulo 21, sección 21.3

Fuerzas eléctricas: Ley de Coulomb

- Si el signo de las cargas es diferente, la fuerza es atractiva:

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}}$$



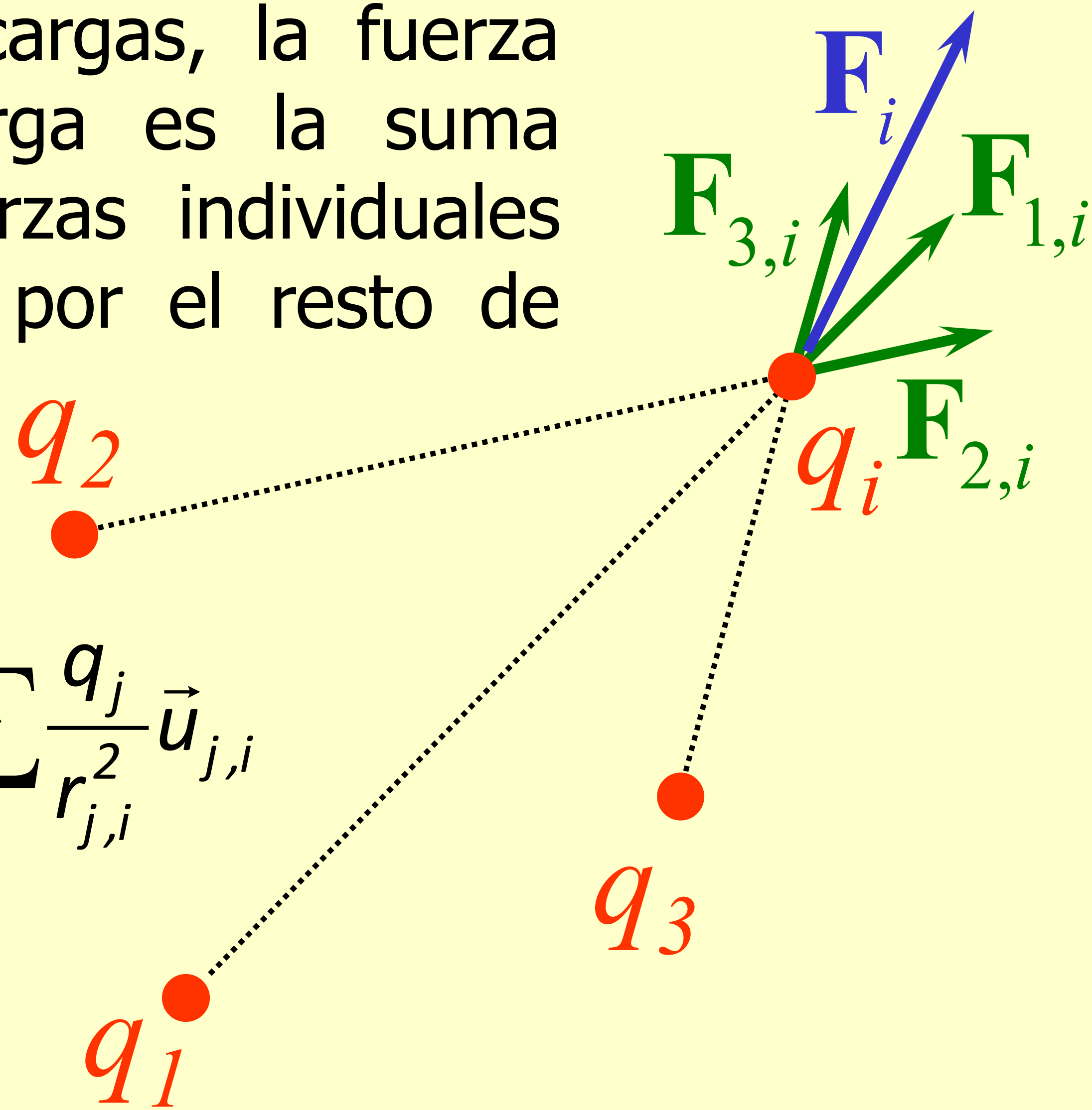
q_1 y q_2 de diferente signo

Normalmente, estas fuerzas se escriben en forma vectorial, de acuerdo con el sistema de referencia considerado.

* Tipler, capítulo 21, sección 21.3

Fuerzas eléctricas: Principio de superposición

En un sistema de cargas, la fuerza neta sobre una carga es la suma vectorial de las fuerzas individuales ejercidas sobre ella por el resto de cargas del sistema.

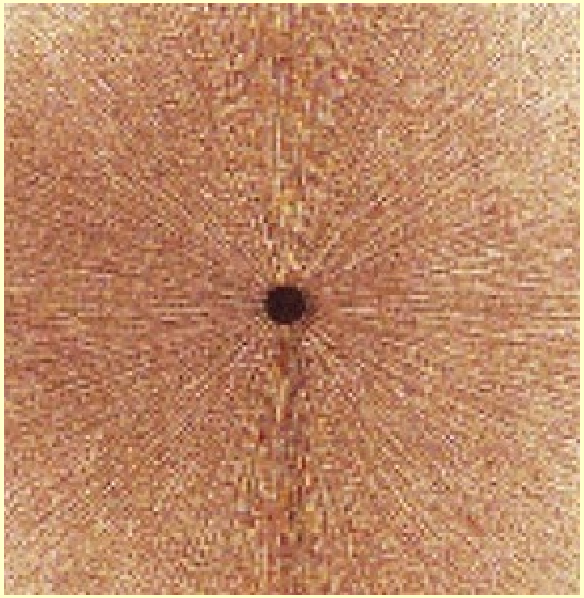


$$\vec{\mathbf{F}}_i = \sum_j \vec{\mathbf{F}}_{j,i} = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \sum_j \frac{q_j}{r_{j,i}^2} \vec{u}_{j,i}$$

* Tipler, capítulo 21, sección 21.3

Campo eléctrico

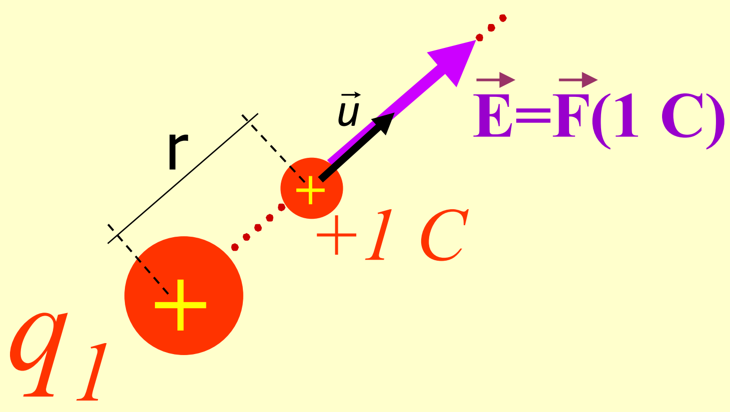
- El campo eléctrico es un concepto útil para modelizar el efecto de una carga eléctrica en el espacio que la rodea.



* Tipler, capítulo 21, sección 21.4

Campo eléctrico

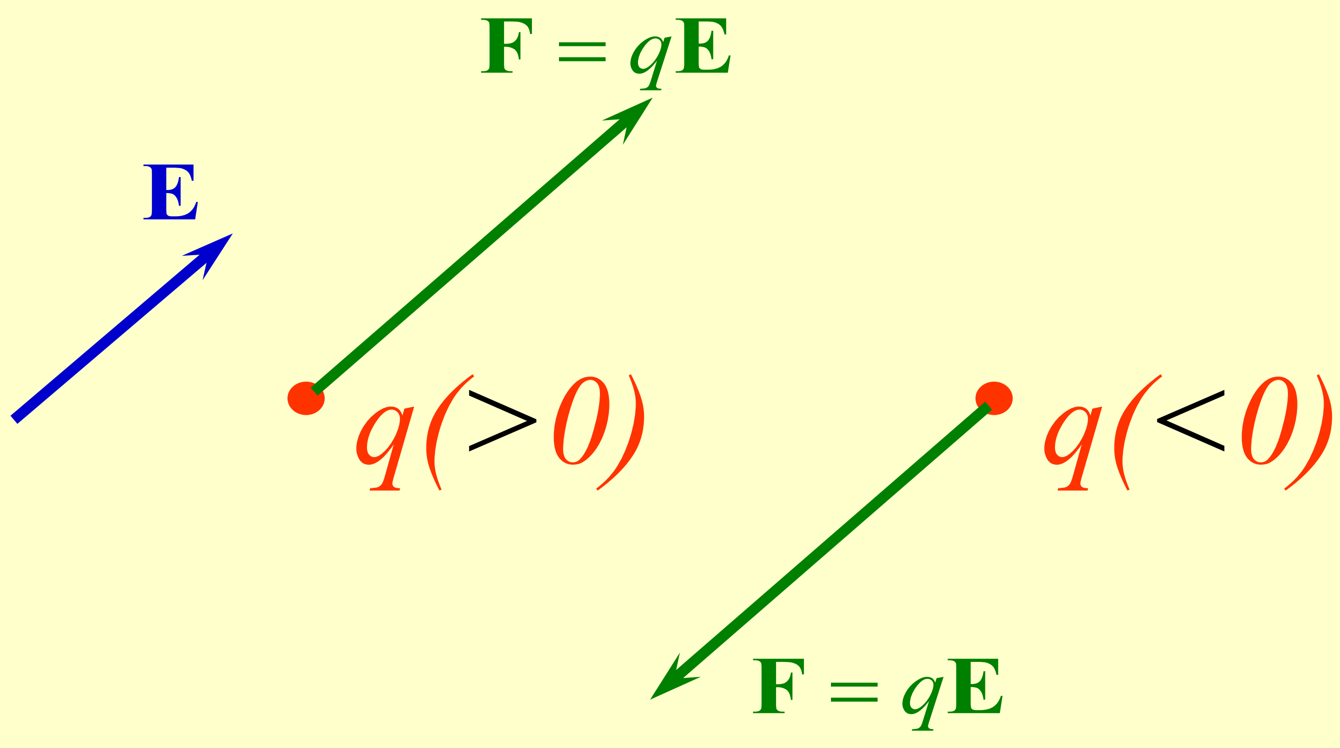
- El campo eléctrico en un punto del espacio se define como la fuerza eléctrica que actúa sobre la unidad de carga positiva colocada en ese punto.
- La fuerza producida por una carga q_1 en un punto donde existe una carga de 1 C es (campo eléctrico E):



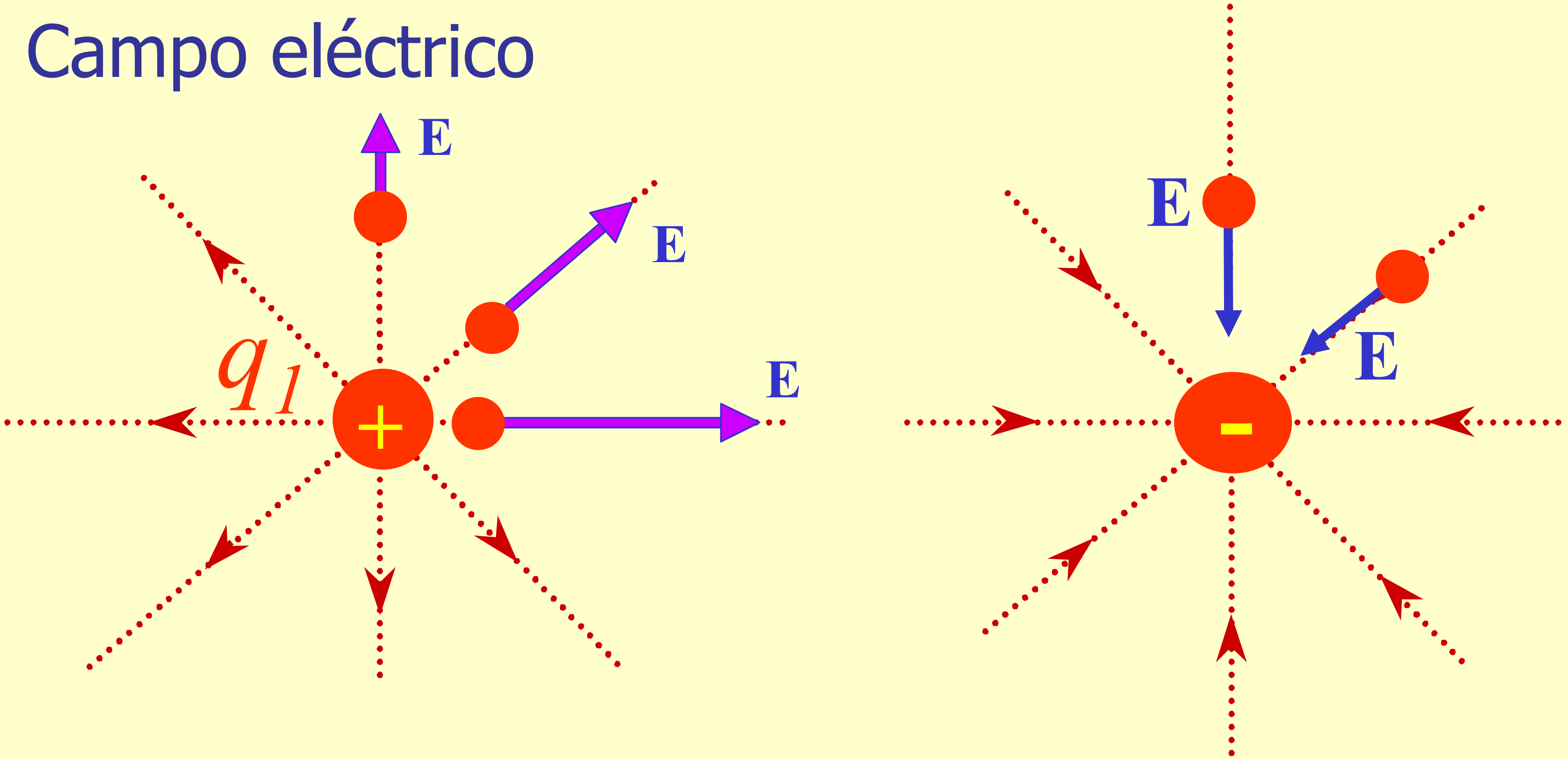
$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{F}}_{1C} = k\frac{q_1}{r^2}\vec{u}$$

Campo eléctrico

- Por tanto, si colocamos una carga dentro de un campo eléctrico, el efecto es una fuerza actuando sobre la carga (F=qE):



Campo eléctrico



- El campo eléctrico es un campo central de fuerzas. Sólo depende de la carga creadora del campo (q_1) y de la distancia al punto donde calculamos el campo.

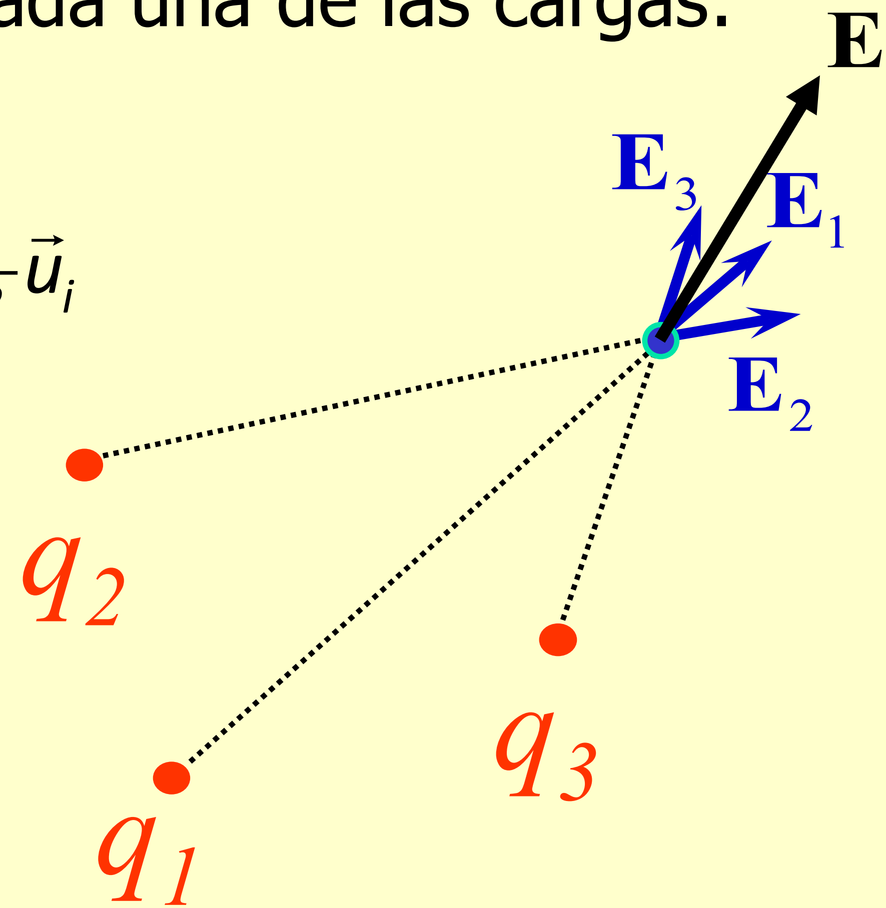
$$[E]=M\,L\,T^{-3}\,I^{-1}$$

La unidad es N/C or V/m

Campo eléctrico

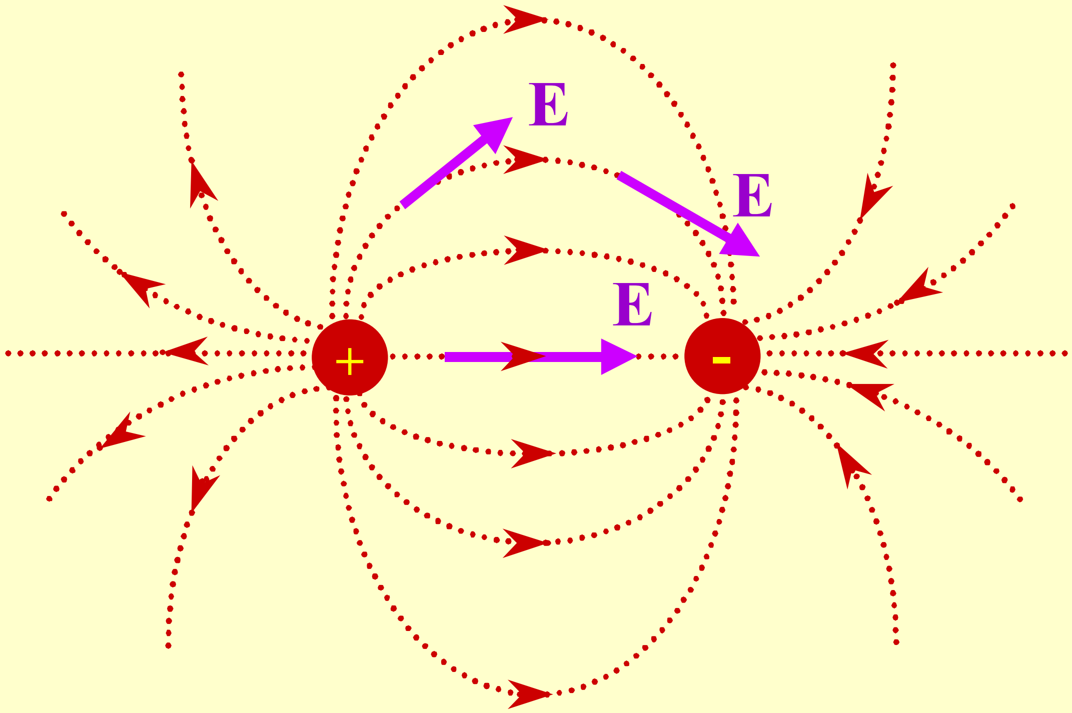
- El campo eléctrico creado por un sistema de cargas puntuales es la suma vectorial de los campos creados por cada una de las cargas:

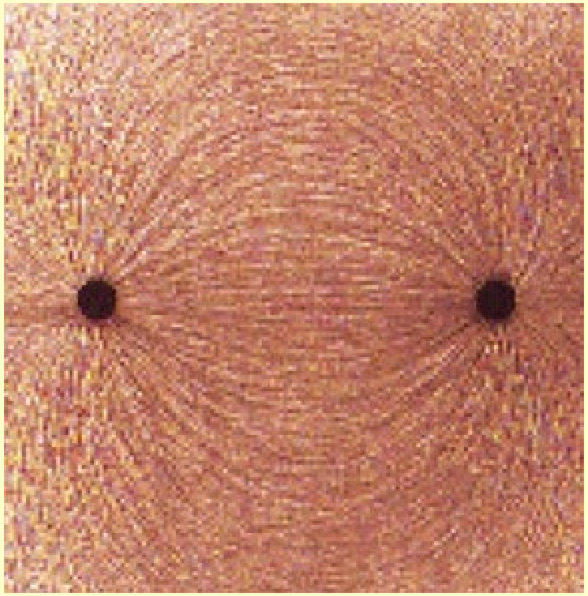
$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_i \vec{\mathbf{E}}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$



Líneas del campo eléctrico

- Las líneas paralelas al vector campo en cada punto del espacio se llaman “líneas de campo eléctrico”.

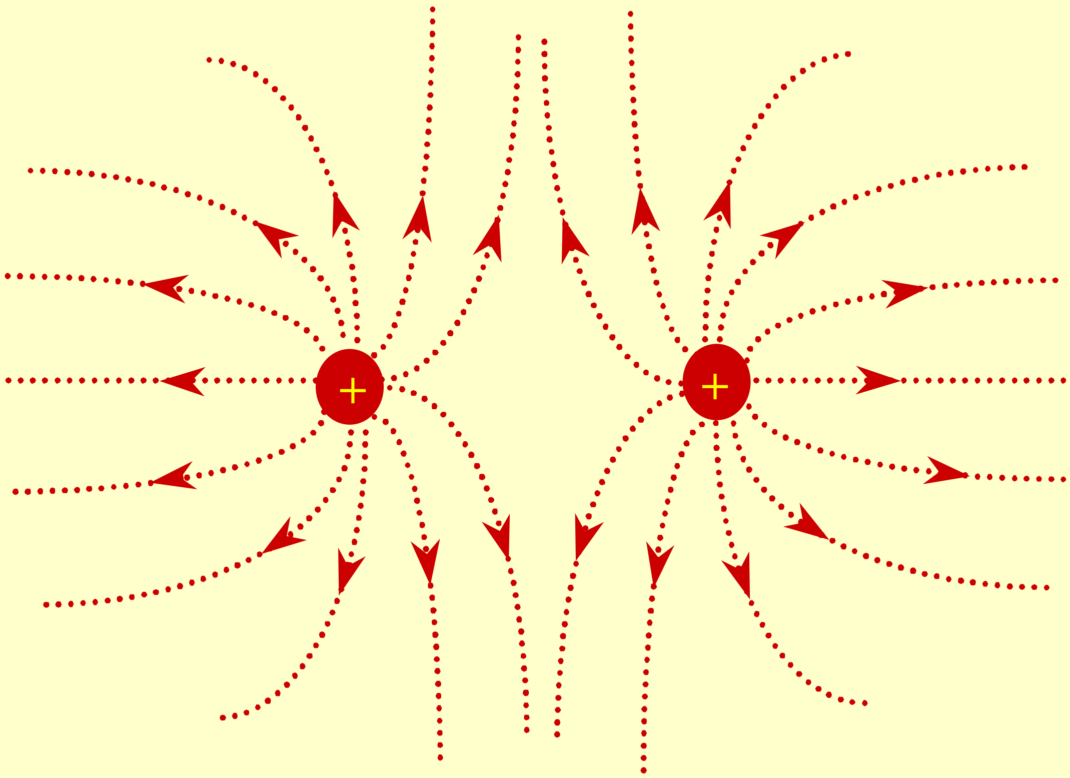


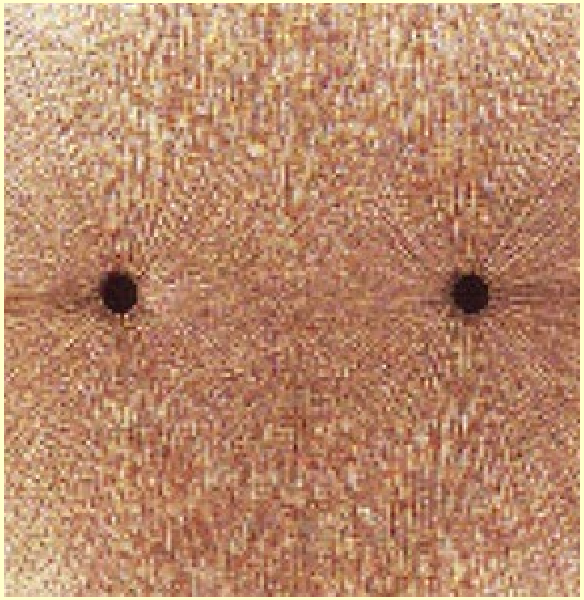


* Tipler, capítulo 21, sección 21.5

Líneas del campo eléctrico

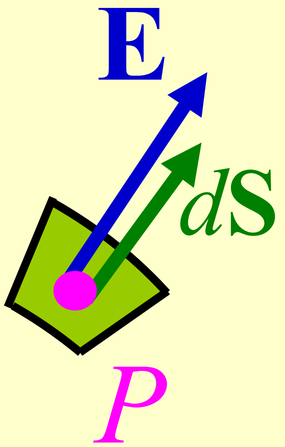
- Son líneas que van desde las cargas positivas (o desde el infinito) a las negativas (o al infinito).





Flujo eléctrico

- Sea un punto P donde existe un campo eléctrico E. Si tomamos una pequeña superficie (infinitesimal) dS alrededor de P, podemos definir el *flujo eléctrico elemental de E a través de dS* como (magnitud escalar)



$$d\phi = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Nm^2/C

- Si consideramos una superficie mayor (S) (no infinitesimal), entonces el flujo no es infinitesimal:

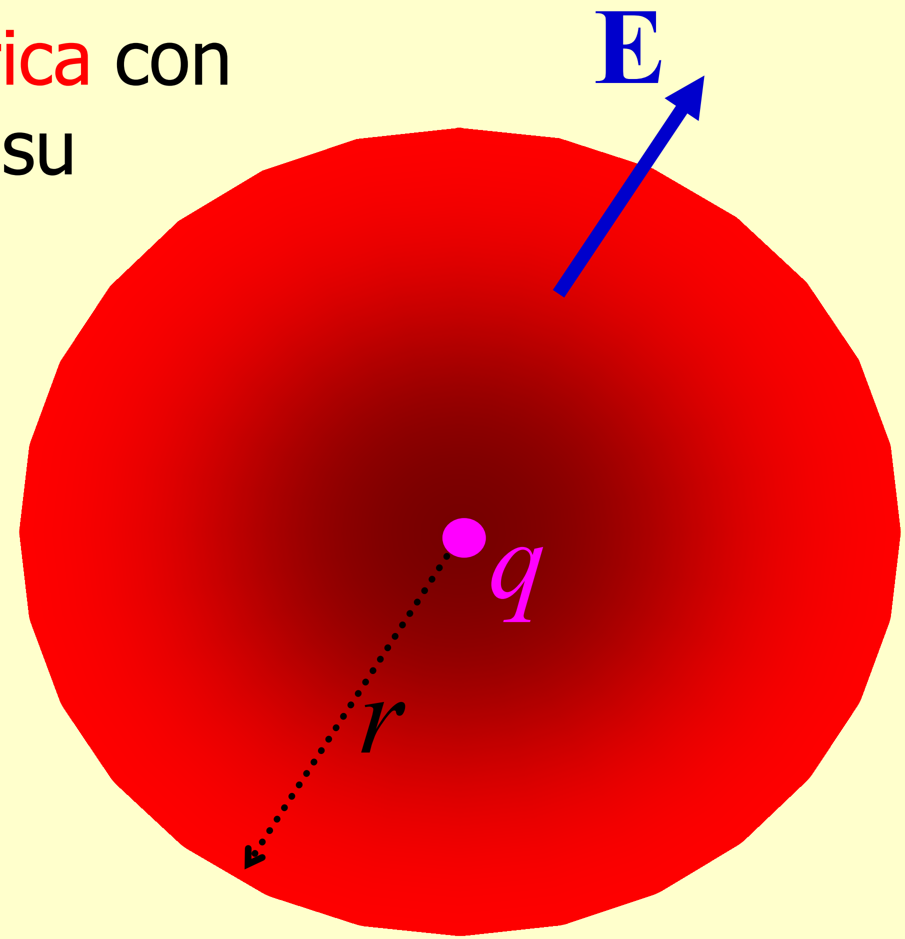
$$\phi = \int_S d\phi = \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S}$$

* Tipler, capítulo 22, sección 22.2

Ley de Gauss

- Sea una superficie esférica con una carga puntual q en su centro.
- El campo eléctrico en cualquier punto de la superficie esférica (módulo) es

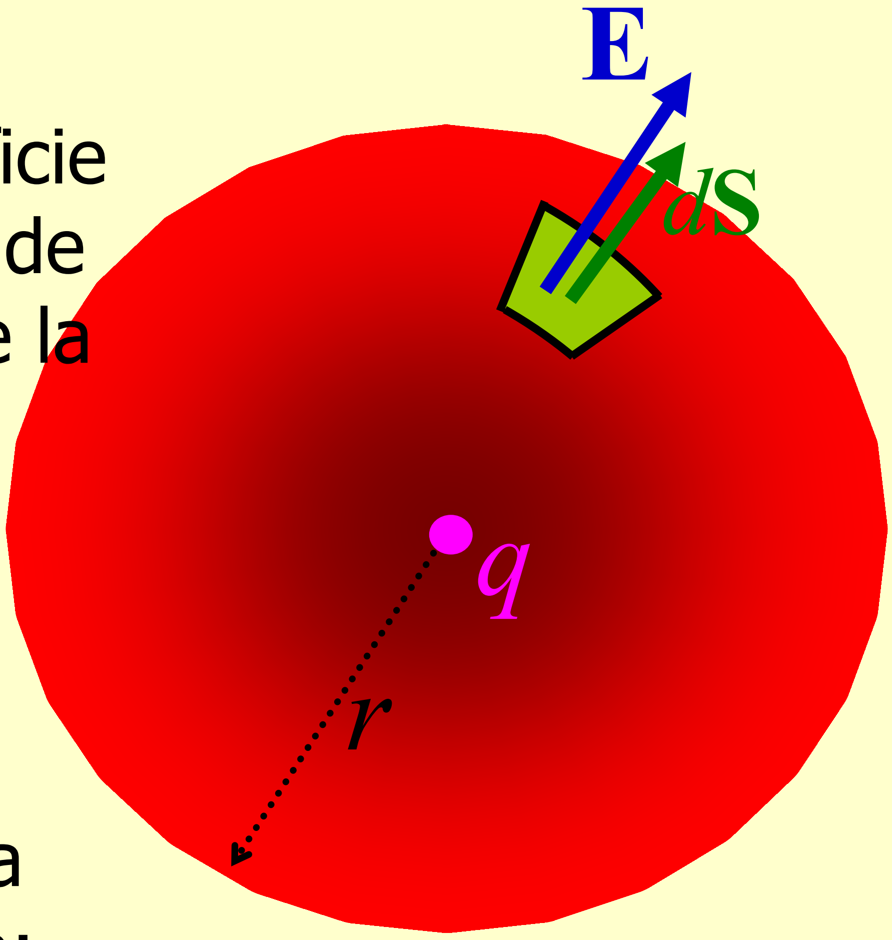
$$E = k\frac{q}{r^2}$$



- El campo eléctrico va dirigido hacia el exterior de la esfera (q>0) (hacia el interior si q<0)

* Tipler, capítulo 22, sección 22.2

Ley de Gauss



- Si consideramos una superficie infinitesimal (dS) alrededor de un punto en la superficie de la esfera, el flujo eléctrico a través de dS es

$$d\phi = \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}$$

- Y el flujo eléctrico (Nm^2/C) a través de la esfera completa:

$$\phi = \int_S d\phi = \int_S \vec{\mathbf{E}} d\vec{\mathbf{S}} = \int_S k\frac{q}{r^2} dS = k\frac{q}{r^2} \underbrace{\int_S dS}_{4\pi r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

* Tipler, capítulo 22, sección 22.2

Ley de Gauss

- Este resultado puede aplicarse a cualquier superficie (no sólo esferas) siendo válido con carácter general (ley de Gauss):
- *El flujo neto a través de cualquier superficie cerrada, es igual a la carga neta encerrada en la superficie dividida por ε_0*

$$\phi = \underbrace{\oint}_{\text{Closed surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \underbrace{\sum}_{\text{Enclosed volume}} q_i = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ϕ >0 or <0 según $Q = \underbrace{\sum}_{\text{Volumen encerrado}} q_i$ >0 o <0

Utilización de la ley de Gauss para calcular E

- La ley de Gauss puede aplicarse a cualquier superficie cerrada, pero es más sencillo si la superficie (S) cumple dos condiciones:
  - *a) El módulo del campo eléctrico tiene elmiso valor en todos los puntos de la superficie (es constante).*
  - *b) El vector campo eléctrico tiene la misma dirección que el vector superficie en cualquier punto de la superficie.*
- Entonces:

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S E \cdot dS \cdot \cos 0 = E \int_S dS = ES$$

* Tipler, capítulo 23, sección 23.3

Utilización de la ley de Gauss para calcular E

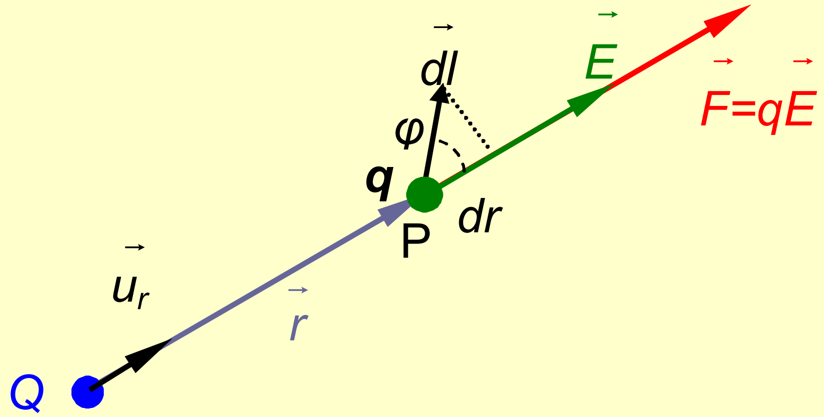
- Estas dos condiciones sólo pueden darse si el problema presenta distribución simétrica de cargas.

- Como la superficie de Gauss (cerrada) debemos “crearla” nosotros, utilizaremos generalmente:

  - Superficies esféricas
  - Superficies planas
  - Superficies Cilíndricas

Trabajo del campo eléctrico

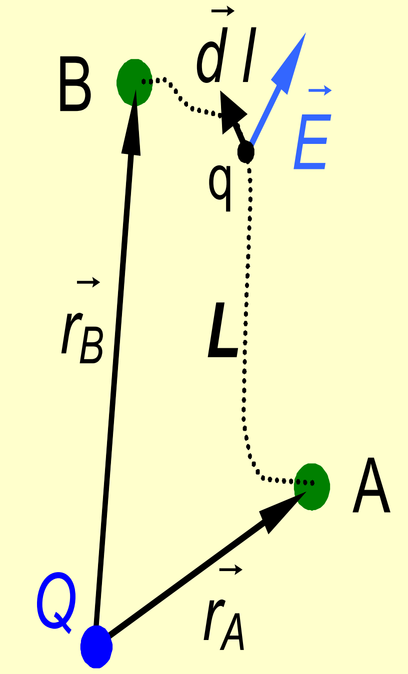
- Sea un campo eléctrico creado por una carga Q.



- El trabajo hecho para mover una segunda carga q un desplazamiento $\vec{dl}$ será:

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl} = F \cdot dl \cdot \cos\varphi = F \cdot dr = q \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{qQdr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Trabajo del campo eléctrico



- El trabajo hecho por las fuerzas eléctricas para llevar q a lo largo de la línea L desde A hasta B será:

$$W_{AB}^{L} = \int_{A}^{B} \vec{F} d\vec{l} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = -\left.\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r}\right|_{r_A}^{r_B} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_A} - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_B}$$

- Si Q y q tenen el mismo signo (fuerza repulsiva) y $r_A < r_B$ (A más próximo a Q que B) entonces

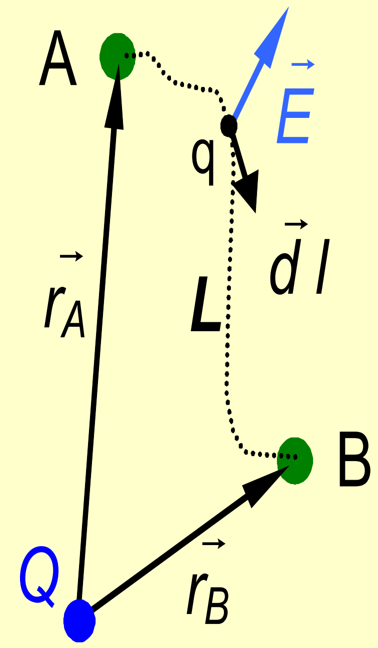
$$W_{AB}^{L} > 0$$

el trabajo es hecho espontáneamente por las fuerzas del campo eléctrico.

Trabajo del campo eléctrico

- Si Q y q tienen el mismo signo (fuerza repulsiva) pero $r_A > r_B$ (B más próximo a Q que A) entonces

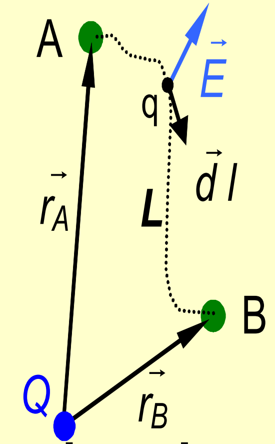
$$W_{AB}^{L} < 0$$



- el trabajo es hecho contra las fuerzas del campo eléctrico por una fuerza externa

- Si Q y q tienen signos opuestos (fuerza atractiva)
  - Si $r_A < r_B$ (A más próximo a Q que B) $W_{AB}^{L} < 0$
  - Si $r_A > r_B$ (B más próximo a Q que A) $W_{AB}^{L} > 0$

Trabajo del campo eléctrico



Como regla general:

- Trabajo positivo significa que el trabajo es hecho espontéamente por las fuerzas del campo eléctrico:

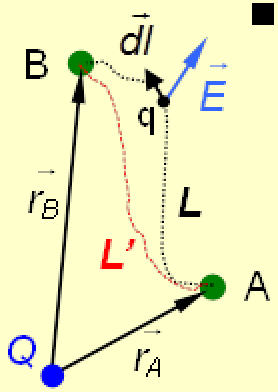
$$W_{AB}^{L} > 0 \;\Rightarrow\;$$ Trabajo hecho por las fuerzas del campo

- Trabajo negativo significa que el trabajo es hecho contra las fuerzas del campo eléctrico:

$$W_{AB}^{L} < 0 \;\Rightarrow\;$$ Trabajo hecho contra las fuerzas del campo eléctrico por fuerzas externas

Trabajo del campo eléctrico. Energía potencial electrostática.

$$W_{AB}^{L} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_A} - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_B}$$



- W^{L}_{AB} sólo depende de q, Q, r_A y r_B. Por tanto, si tomamos otra línea L' entre A y B, el trabajo hecho por el campo eléctrico será igual:

$$W_{AB}^{L} = W_{AB}^{L'} = W_{AB}$$

y $\quad W_{AB} = -W_{BA} \quad$ y $\quad W_{AA} = 0$

Los campos que cumplen esta condición se llaman *campos conservativos o que derivan de potencial*.

En estos campos $\quad W_{AB} = U_A - U_B$

U es la energía potencial electrostática (eléctrica) de una carga, debida a Q

Trabjo del campo eléctrico. Energía potencial eléctrica

$$U = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r} + C$$

- Es la energía potencial electrostática (o eléctrica) de una carga q en un punto a una distancia r de la carga Q (creadora del campo). C nos indica que existe un número infinito de funciones.
- Es común tomar U=0 en r=∞ , siendo $U = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r}$
- U representa el trabajo hecho por el campo para llevar q desde ese punto hasta el infinito.

$$U = W_{A\infty}$$

Potencial eléctrico

- El potencial electrostático o eléctrico en un punto es la energía potencial electrostática que tendría una carga de 1 C situada en ese punto:

$$V = \frac{U}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ tomando V=0 en el infinito

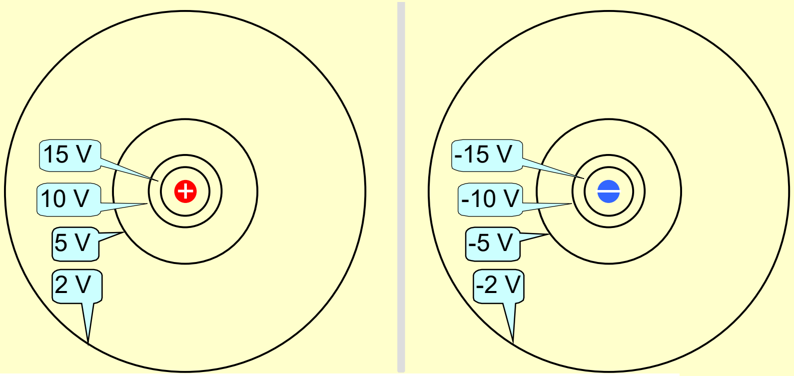
- Representa el trabajo hecho por el campo eléctrico para llevar 1 C desde ese punto hasta el infinito.

$$V_P = \int_P^{\infty} \vec{E} d\vec{l}$$ Unidad: Voltio (V=J/C)

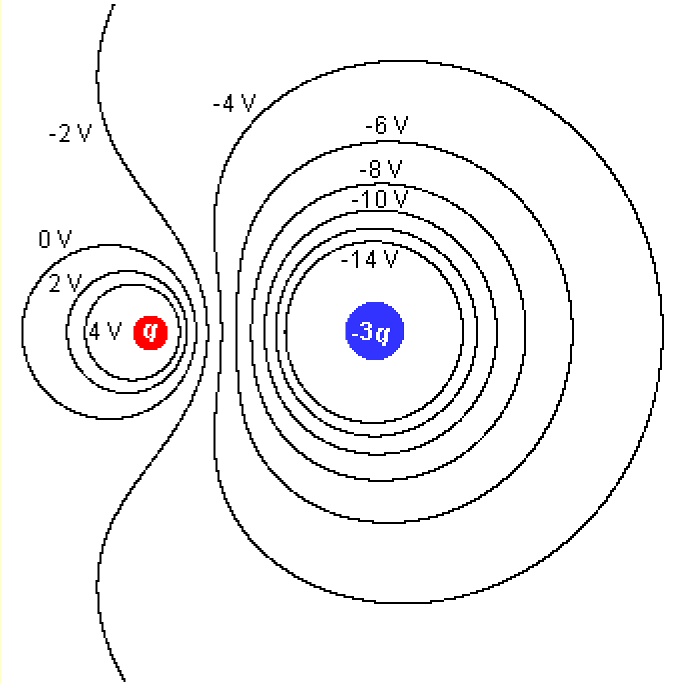
- y $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$ circulación de E a lo largo de cualquier línea entre A y B

Superficies equipotenciales

- Superficies equipotenciales son aquellas superficies cuyos puntos tienen el mismo potencial eléctrico.



Superficies equipotenciales debidas a cargas positivas y negativas



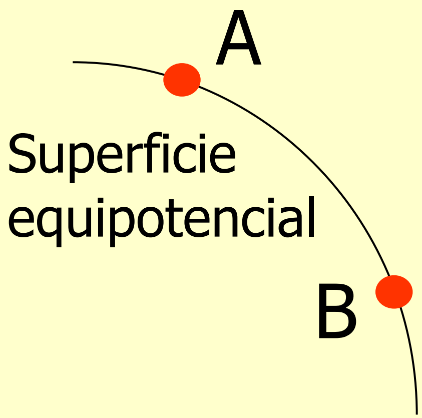
Su ecuación es V=k

siendo k una constante

Superficies equipotenciales (en un plano) debidas a un par de cargas (realmente son superficies en 3D).

Superficies equipotenciales

- Como el potencial es constante en una superficie equipotencial, el trabajo hecho para llevar cualquier carga q entre dos puntos (A and B) es cero:

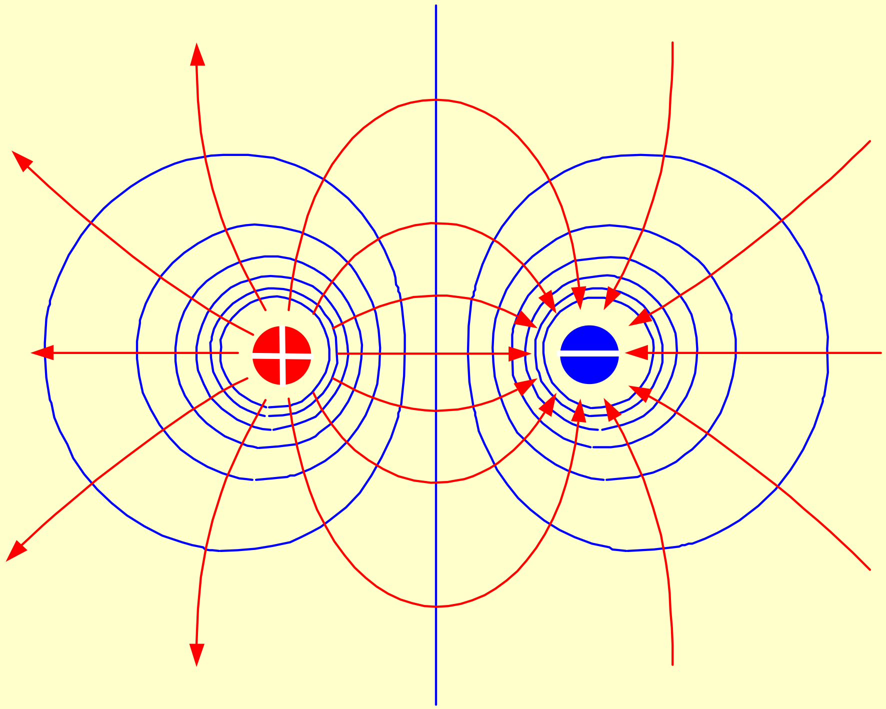


$$V_A = V_B$$

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = 0$$

Como $$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = 0$$ el campo eléctrico debe ser perpendicular a la superficie equipotencial.

Superficies equipotenciales



Las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a las superficies equipotenciales en todos los puntos del espacio.