Capítulo 3

Corriente continua y resistencia eléctrica

3.1 Introducción
3.2 Corriente continua y corriente alterna
3.3 Corriente y movimiento de cargas
3.4 Intensidad y densidad de corriente
3.5 Ley de Ohm. Resistencia
3.6 Energía de la corriente eléctrica. Ley de Joule
3.7 Combinaciones de resistencias
3.8 Problemas

Objetivos

- Definir los conceptos intensidad de corriente eléctrica, velocidad de arrastre, densidad de corriente y resistencia.
- Establecer la ley de Ohm.
- Definir la resistividad, y conocer su dependencia con la temperatura.
- Calcular la resistencia equivalente de asociaciones de resistencias.
- Conocer los efectos energéticos de la corriente eléctrica y el efecto Joule.

3.1 Introducción

Hasta ahora se ha abordado el estudio de las cargas eléctricas en reposo, es decir, la electrostática. En este tema comenzaremos a analizar los fenómenos relacionados con el desplazamiento de cargas eléctricas entre dos puntos, lo que se define como *corriente eléctrica*.

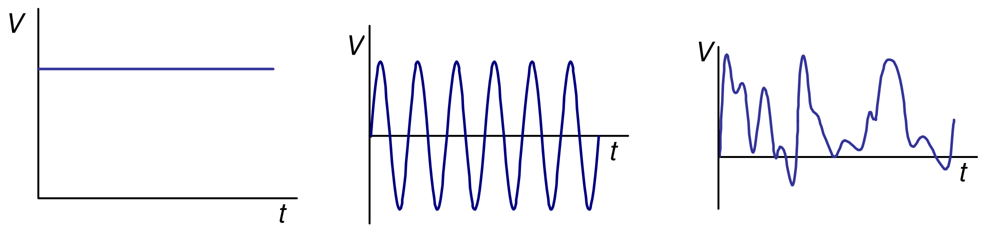
Existen distintos medios que permiten el movimiento de cargas eléctricas a su través. El caso más conocido es el de los metales conductores, pero no es el único: en un tubo de rayos catódicos de un monitor de televisión existe un movimiento de cargas eléctricas, en este caso a través del vacío. También en una disolución conductora como cloruro de sodio en agua o a través de un nervio puede existir un movimiento de cargas.

Sin embargo, desde una perspectiva tecnológica, el caso que ha tenido más repercusión es el movimiento de cargas eléctricas en los conductores metálicos. En este caso, la conducción se establece por una diferencia de potencial entre dos puntos, o lo que es lo mismo un campo eléctrico, lo que produce una fuerza, y en definitiva un desplazamiento de las cargas eléctricas.

3.2 Corriente continua y corriente alterna

La corriente eléctrica puede ser, de acuerdo a su evolución temporal:

- Continua, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente –tensión, intensidad…–, permanecen invariables en el tiempo, tanto en valor como en sentido. Es la corriente que producen los generadores electroquímicos (pilas) y fotovoltaicos, o la que se produce en un circuito rectificador.
- Alterna, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente evolucionan periódicamente con el tiempo, cambiando alternativamente de sentido. Un caso particular es la corriente alterna sinusoidal, que varía con el tiempo de acuerdo con una función sinusoidal. Es la corriente utilizada para uso doméstico, y es producida por los generadores de corriente alterna que se tratarán específicamente en el capítulo 10.
- Corriente variable en general, si se trata de una variación temporal cualquiera, como por ejemplo, la corriente que llega a un altavoz.



a) b) c)

Figura 3-1. Diferencia de potencial en función del tiempo entre dos puntos de un circuito de a) corriente continua, b) corriente alterna sinusoidal, y c) corriente variable cualquiera

En este capítulo se trata de la corriente continua, aunque la mayoría de los conceptos tratados pueden extrapolarse a cualquier corriente independientemente del tipo que sea.

3.3 Corriente y movimiento de cargas

En los conductores metálicos, las partículas móviles son los electrones libres tal como se trata en el apartado 2.2 de este libro. Estos electrones liberados son compartidos por el conjunto de iones del metal, constituyendo un enlace entre los diferentes átomos, que es el denominado enlace metálico. De este modo, en un metal hay una gran cantidad de electrones libres, (del orden de 10^{29} por m^3), que se mueven caóticamente como consecuencia de la agitación térmica. El metal permanece neutro en todo momento, pues no experimenta pérdida de electrones.

Al aplicar un campo eléctrico exterior, o lo que es lo mismo, una diferencia de potencial, cada partícula cargada se verá sometida a una fuerza, que como se sabe es:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Velocidad de arrastre

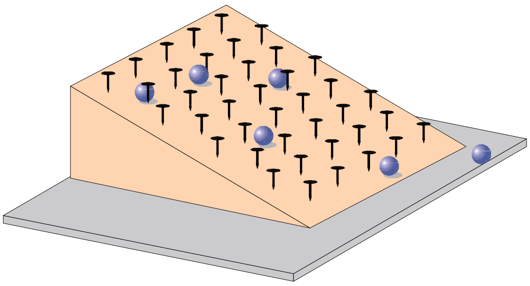


Figura 3-2. Analogía mecánica del movimiento de los portadores en un conductor

Si las cargas estuvieran en el vacío, esta fuerza produciría una aceleración que las impulsaría a grandes velocidades, tal como ocurre en un tubo de vacío de un monitor de televisión. Sin embargo, en un medio metálico sólido, existe una red atómica ordenada que interfiere en mayor o menor medida con este movimiento, provocando una situación similar a la de la Figura 3-2: las canicas están sometidas a la aceleración de la gravedad y chocan con los clavos, perdiendo en cada choque la energía cinética que el campo gravitatorio les ha proporcionado. De forma análoga, los electrones acelerados por el campo eléctrico pierden parte de la velocidad como consecuencia de los choques o interacciones con la red sólida. La energía cinética disipada por estas interacciones produce un calentamiento en el conductor que se estudiará más adelante (efecto Joule). Como consecuencia de estos incrementos de velocidad compensados por los choques con la red sólida, se alcanza una velocidad media de equilibrio muy baja denominada **velocidad de arrastre** o velocidad de deriva.

3.4 Intensidad y densidad de corriente

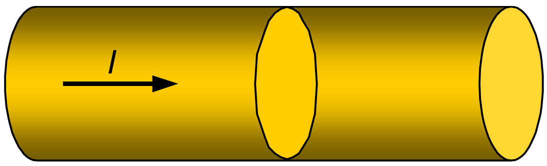


Figura 3-3. Intensidad de corriente

La magnitud que cuantifica la mayor o menor carga eléctrica que circula a través de un conductor es la intensidad de corriente. Del mismo modo que es útil y necesario cuantificar el caudal que lleva un río, y lo hacemos expresando el volumen de agua que atraviesa por segundo un área transversal al movimiento del agua, se define la **intensidad de la corriente eléctrica** como *la carga eléctrica que atraviesa una sección transversal de conductor por unidad de tiempo*.

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{Ecuación 3-1}$$

La unidad en el SI de la intensidad de corriente es el **amperio** (A), que es unidad fundamental, y su definición se desarrollará en el capítulo 7. A partir de esta expresión puede deducirse que la unidad de carga eléctrica, el culombio, equivale a: C ≡ As.

El sentido de la corriente se ha adoptado, por razones históricas, como un flujo de cargas positivas, es decir, que aunque es debida al movimiento de electrones, consideraremos la intensidad como si fuera debida a movimiento de cargas positivas. Esta aparente confusión no debe tener consecuencias si tenemos en cuenta que el movimiento de partículas de carga negativa en un sentido es equivalente al movimiento de partículas positivas en sentido contrario. De esta forma, consideraremos siempre que el sentido de la corriente es contrario al movimiento de los electrones, como si de una corriente de cargas positiva se tratara.

Por otra parte, en el presente estudio, consideraremos que la sección normal del conductor, entendida como aquella que es normal al eje, varía progresivamente a lo largo del conductor. Esto es, la geometría del conductor evoluciona suavemente a lo largo del eje. Entonces, al aplicar un campo eléctrico entre los extremos del conductor, podemos hacer una primera aproximación y suponer que tanto el campo eléctrico aplicado como el desplazamiento de las cargas eléctricas son perpendiculares a la sección normal. Dado que el campo eléctrico es perpendicular a las superficies equipotenciales, las secciones normales son superficies equipotenciales.

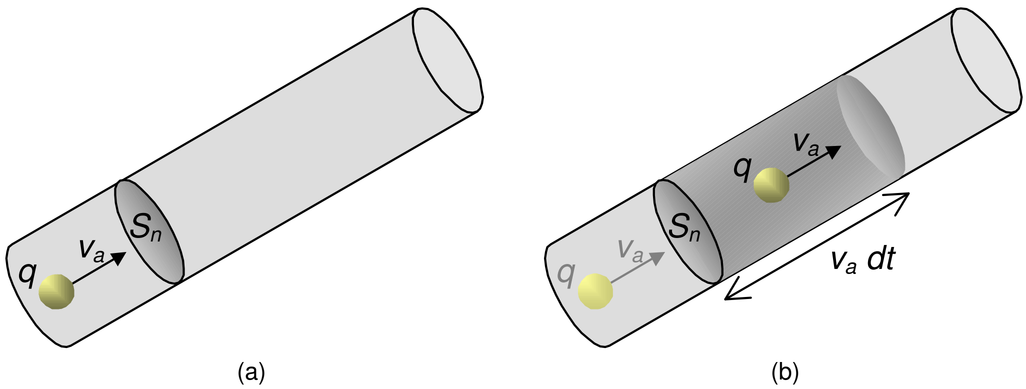


Figura 3-4

Con el fin de obtener unos resultados aplicables a cualquier material y tipo de corriente, ya sea ésta debida a electrones, huecos, iones, etc, consideremos un tramo por el que circula carga eléctrica como el de la Figura 3-4 (a), de superficie normal S_n. Transcurrido un intervalo de tiempo dt las cargas eléctricas se han desplazado una distancia igual a su velocidad de arrastre por el tiempo, luego el volumen señalado en la Figura 3-4 (b) se corresponde con el ocupado por las cargas que han atravesado S_n en un tiempo dt. La cantidad de carga, dQ, que ha atravesado la superficie normal S_n en el tiempo dt será igual a la densidad de carga libre, ρ, por el volumen del cilindro de la Figura 3-4 (b), $S_n\, v_a\, dt$

$$dQ = \rho\, S_n\, v_a\, dt$$

Llamando n a la densidad de portadores de carga, la densidad de carga será n por la carga de cada una de las partículas $|q|$. De esta forma, se obtiene finalmente:

$$dQ = n\,|q|\,S_n\,v_a\,dt$$

y la intensidad valdrá, por tanto:

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|S_n v_a \qquad \text{Ecuación 3-2}$$

Observamos, por tanto, como la intensidad de la corriente está relacionada con la velocidad de arrastre y con la densidad de portadores de carga.

Densidad de corriente

Se define la **densidad de corriente** $\vec{J}$ como *un vector que en cada punto del conductor tiene la dirección y sentido del movimiento de las cargas positivas y cuyo módulo es igual a la cantidad de carga que atraviesa la unidad de superficie normal a la velocidad por unidad de tiempo*.

De este modo, $\vec{J}$ se expresa en forma diferencial como:

$$\vec{J} = \frac{dI}{dS_n}\vec{u}$$

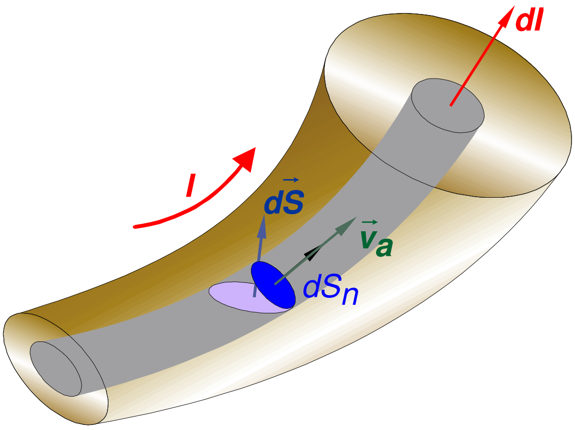


Figura 3-5. Densidad e intensidad de corriente

siendo dS_n un elemento de superficie normal al movimiento de las cargas, y $\vec{u}$ el vector unitario perpendicular a dicho elemento de superficie (es decir, paralelo al movimiento de las cargas). A partir de dicha expresión, se puede comprobar fácilmente que las unidades en el SI de la densidad de corriente son A/m^2.

Conocida la densidad de corriente, la intensidad se puede expresar como el flujo de la densidad de corriente a lo largo de una superficie transversal cualquiera del conductor:

$$\phi = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = \int_S J\,dS\cos\theta = \int_S J\,dS_n = \int_S dI = I$$

Si tomamos una sección normal al movimiento de las cargas, y si <u>J es uniforme</u> a lo largo de dicha sección del conductor, la expresión anterior la podemos escribir como,

$$I = \int_{S_n} \vec{J}\cdot d\vec{S}_n = \int_{S_n} J\,dS_n = J\int_{S_n} dS_n = J\,S_n$$

siendo S_n el área de la sección del conductor perpendicular al movimiento de las cargas.

Por otro lado, puesto que la intensidad de corriente que atraviesa una sección transversal de un conductor S_n viene dada por:

$$I = n|q|v_a S_n$$

la corriente diferencial que atraviesa un elemento de superficie dS_n, será:

$$dI = n|q|v_a dS_n$$

y de esta forma, la densidad de corriente se podrá expresar también como:

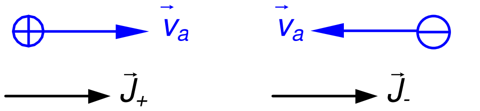
$$\vec{J} = \frac{dI}{dS_n}\vec{u} = \frac{nqv_a dS_n}{dS_n}\vec{u} = nqv_a\vec{u} = nq\vec{v}_a$$

($\vec{v}_a = v_a\vec{u}$, puesto que $\vec{u}$ representa el vector unitario en la dirección del movimiento de las cargas).

$$\vec{J} = nq\vec{v}_a \qquad \text{Ecuación 3-3}$$

Obsérvese que ha desaparecido la referencia al valor absoluto de las cargas, pues en esta ecuación vectorial, q, tendrá el signo que tenga el portador. De este modo, si los portadores tienen carga positiva, $\vec{J}$ tendrá la misma dirección y sentido que $\vec{v}_a$, pero si los portadores tienen carga negativa, como ocurre en los conductores metálicos, $\vec{J}$ tendrá la misma dirección y sentido contrario a $\vec{v}_a$.

$$\vec{J}_+ = n(+q_+)\vec{v}_a \qquad \vec{J}_- = n(-q_-)\vec{v}_a$$



Por este motivo, si en un medio hubiera dos tipos de portadores con signos contrarios, como es el caso de los semiconductores, al aplicar un campo eléctrico externo, los portadores se desplazarían con velocidades de arrastre de sentido contrario, pero sin embargo los vectores densidad de corriente tendrían el mismo sentido, sumándose así sus efectos.

Ejemplo 3-1

Si por un conductor de 1,3 mm de radio circulan 20 A. ¿Cuál es la densidad de corriente, y cuál es la velocidad de arrastre? ¿Cuánto tardarían los electrones en recorrer un metro de distancia? Datos: la densidad electrónica es de $1{,}806 \cdot 10^{29}$ electrones/m^3, y la carga del electrón $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

Considerando que la densidad de corriente es uniforme, ésta viene dada por:

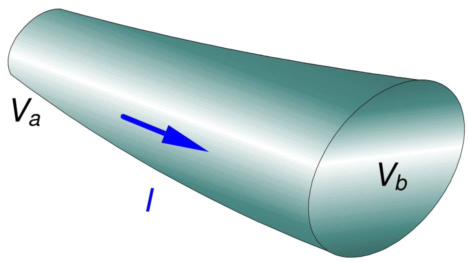
$$J = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{20}{\pi(1{,}3 \cdot 10^{-3})^2} = 3{,}77 \cdot 10^6 \,\frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

y la velocidad de arrastre:

$$v_a = \frac{J}{nq} = \frac{3{,}77 \cdot 10^6 \,\frac{\text{A}}{\text{m}^2}}{1{,}806 \cdot 10^{29}\,\frac{\text{e}^-}{\text{m}^3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\frac{\text{C}}{\text{e}^-}} = 0{,}13 \text{ mm/s}$$

por lo que tardarían $t = e/v_a$ = 7692 s en recorrer 1 m de distancia. Es decir, tardan más de dos horas en recorrer 1 m de distancia, y sin embargo las luces se encienden inmediatamente al encender un interruptor. Esta aparente contradicción se debe a que la velocidad de arrastre expresa la velocidad promedio de avance de la nube electrónica por la red sólida, que es distinta a la velocidad de transmisión de la señal eléctrica, que es la velocidad de propagación del campo eléctrico por el material, y que es muy alta (300000 km/s si se tratara del vacío)

3.5 Ley de Ohm. Resistencia



Como se mencionó antes, la corriente eléctrica es provocada por un campo eléctrico dentro del conductor. El campo eléctrico a lo largo de un conductor equivale a una diferencia de potencial entre sus extremos, o lo que es lo mismo; a una caída de tensión entre los extremos. En términos energéticos equivale a decir que las cargas eléctricas entran con una energía qV_a y salen con menos energía qV_b como consecuencia de las colisiones experimentadas en la red. De esta pérdida de energía se tratará en otro apartado posterior. De la caída de tensión ΔV, puede decirse que es tanto mayor cuanto mayor sea la intensidad de corriente. Este resultado experimental se conoce como **ley de Ohm**, que puede enunciarse como:

La diferencia de potencial en los extremos de un conductor es directamente proporcional a la intensidad que circula por éste.	$V_a - V_b = \Delta V = IR$

A la constante de proporcionalidad se le denomina **resistencia**.

La ley de Ohm constituye así la definición de resistencia de un conductor, como el cociente entre la diferencia de potencial aplicada a un conductor y la intensidad que circula por éste.

La unidad de resistencia en el SI es el **ohmio** (Ω), y sus dimensiones:

$$[R]=ML^2T^{-3}I^{-2}$$

A la magnitud inversa de la resistencia se le denomina **conductancia**, y se mide en **siemens** (S), 1 S $\equiv$ 1 Ω^{-1}.

La ley de Ohm no es universal, sino que la cumplen un tipo muy particular, pero muy usual, de conductores, que se denominan conductores óhmicos para distinguirlos de los conductores no óhmicos. En un conductor óhmico la diferencia de potencial es directamente proporcional a la intensidad, es decir que en un diagrama intensidad – tensión observaremos una recta. En cambio en los conductores no óhmicos esta relación no es lineal. Por ejemplo, en un diodo para tensiones muy pequeñas la intensidad es prácticamente nula y a partir de un determinado valor de la tensión, la intensidad crece muy rápidamente (ver curva característica tensión–intensidad de un diodo en el capítulo 10). En este caso decimos que el elemento es no lineal o no óhmico.

OHMICO		NO OHMICO	
V (V)	*I* (mA)	*V* (V)	*I* (mA)
2	6	2	3
4	12	4	11
6	18	6	34
8	24	8	111
10	30	10	360

Tabla 3-1. Ejemplos de relación entre tensión e intensidad para un material óhmico y otro no óhmico

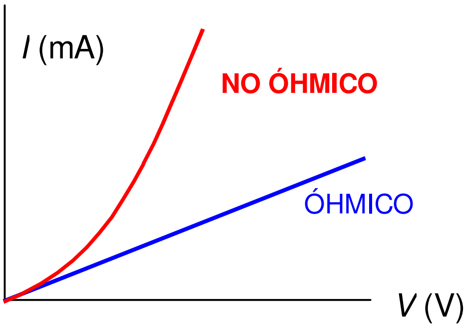
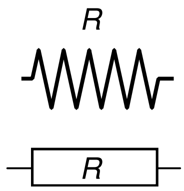


Figura 3-6. Representación gráfica de los datos de la Tabla 3-1

En los esquemas de circuitos eléctricos, se utilizan estos símbolos para referirnos a las resistencias.



Ley de Ohm microscópica

El anterior enunciado de la ley de Ohm es la forma convencional con que se conoce esta ley física, pues es la que habitualmente se utiliza al analizar circuitos o medir resistencias. Es una ley macroscópica, pues relaciona magnitudes como la tensión y la intensidad, que expresan la diferencia de potencial entre dos extremos distantes de un conductor, y el movimiento de gran cantidad de portadores por éste. Por este motivo, tiene un carácter estadístico, pues cuando medimos una intensidad a través de un conductor, estamos contando un enorme número de partículas. La resistencia *R* es un parámetro que depende tanto del material como de la geometría del conductor. Al aplicar la ley a un punto del espacio se puede obtener una expresión que relacione dos magnitudes vectoriales de punto (la densidad de corriente y el campo eléctrico) a través de un parámetro que depende únicamente de las características estructurales del medio conductor: es lo que se conoce como **ley de Ohm microscópica**. Esta ley establece que,

La densidad de corriente en un punto es directamente proporcional al campo eléctrico en dicho punto. $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

A la constante de proporcionalidad σ, se le denomina **conductividad**. De la misma forma que antes, esta ley es únicamente válida en los materiales óhmicos, y como veremos a continuación, ambos enunciados de la ley de Ohm son equivalentes. La conductividad se mide en $(\Omega m)^{-1}$ y es un parámetro característico de cada sustancia

La inversa de la conductividad es la resistividad: $\rho = \frac{1}{\sigma}$. La resistividad se mide en Ωm. Ambas magnitudes, resistividad y conductividad, se utilizan indistintamente, dado que son totalmente equivalentes.

Relación entre las leyes d'Ohm microscópica y macroscópica. Expresión geométrica de la resistencia de un conductor de sección constante y homogéneo.

Consideremos un cilindro conductor recto, homogéneo y de sección constante, por el que circula una intensidad *I* en sentido longitudinal. Las carga se mueven paralelas al eje, por lo que el vector densidad de corriente será paralelo al eje así como el vector campo eléctrico, por aplicación de la ley de Ohm microscópica ($\vec{J} = \sigma\vec{E}$).

Vamos demostrar a continuación que el campo eléctrico tiene el mismo valor en cualquier punto de este conductor. Para ello tendremos en cuenta que las secciones rectas son superficies equipotenciales, por ser perpendiculares al campo eléctrico. Consideremos dos superficies rectas, de potenciales V_A y V_B, separadas una distancia Δx, que, al ser ambas superficies paralelas, es un valor constante en cada punto. Sabemos que la diferencia de potencial entre ambas superficies viene dada por:

$$\Delta V = V_B - V_A = -\vec{E}\Delta\vec{x} = -E\Delta x$$

dado Δx es un desplazamiento paralelo a $\vec{E}$. Como ΔV e Δx tienen el mismo valor para cualquier punto de las superficies equipotenciales, el campo eléctrico ha de ser tener también un mismo valor en una sección recta.

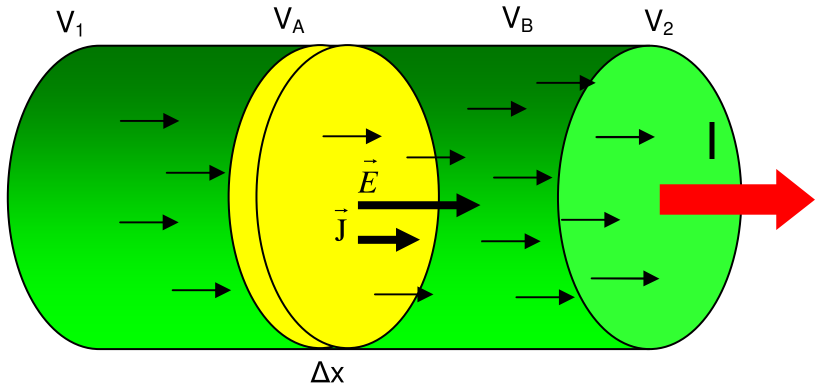


Figura 3-7. Cilindro recto i homogéneo. Magnitudes eléctrocinéticas

Teniendo en cuenta la ley de Ohm microscópica ($\vec{J} = \sigma\vec{E}$), al ser el material homogéneo (σ=cte), la densidad de corriente tendrá también el mismo valor en todos los puntos de una sección recta. Con lo cual, la intensidad que circula será:

$$I = \int_{SR} \vec{J} \cdot d\vec{s} = \int_{SR} J ds = J \int_{SR} ds = JS_R$$

Como la intensidad tiene el mismo valor para cualquier sección recta, y el valor de esta es constante en todo el cilindro, la densidad de corriente tiene un único valor en todo el cilindro y, por lo tanto, también el campo eléctrico es constante en todo el cilindro.

Este resultado nos permite calcular la diferencia de potencial a lo largo del cilindro:

$$V_1 - V_2 = \int_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_L Edl = E\int_L dl = EL$$

donde se ha seguido, para el cálculo, cualquier trayectoria paralela al eje. Teniendo en cuenta la ley de Ohm microscópica y que la intensidad $I=JS_R$,

$$V_1 - V_2 = \frac{J}{\sigma}L = \frac{L}{\sigma S_R}I = \rho\frac{L}{S_R}I$$

donde aparece la proporcionalidad entre la tensión y la intensidad, es decir la primera ley de Ohm:

$$V_1 - V_2 = RI$$

Donde la resistencia de este conductor (cilíndrico y homogéneo) tiene por expresión:

$$R = \rho\frac{L}{S_R}$$

Como puede verse en la expresión anterior, los factores que influyen en la resistencia de un conductor son de dos tipos. Unos son de tipo geométrico y otros estructurales. Los de tipo geométrico son la sección y longitud. La resistencia es directamente proporcional a la longitud e inversamente proporcional a la sección. Los factores estructurales están recogidos en la **resistividad**.

Hay que tener presente que la resistencia es una característica propia de un conductor dado y entre dos puntos de éste, mientras que la resistividad es una característica de una sustancia. Así es correcto hablar de resistencia entre los extremos de un cable, y de resistividad del cobre, pero es incorrecto hablar de resistividad de un cable o de resistencia del cobre.

Utilizando la ley de Ohm, y la Ecuación 3-3, podemos relacionar la velocidad de arrastre con el campo eléctrico:

$$\vec{v}_a = \frac{1}{ne}\vec{J} = \frac{\sigma}{ne}\vec{E} = \mu\vec{E}$$

A la constante de proporcionalidad $\mu = \frac{\sigma}{ne}$ se le denomina **movilidad**, y es una magnitud que expresa la facilidad de moverse que tienen los portadores de carga en un determinado material al aplicar un campo eléctrico.

Resistividad de algunas sustancias a 20 ºC

A continuación, se muestran los valores de las resistividades a 20 ºC de varias sustancias usuales. Suele clasificarse a las sustancias en tres tipos en relación a su resistividad: conductores, aislantes y semiconductores. En los conductores se presentan valores de la resistividad muy pequeños (del orden de 10^{-8} Ωm), en los aislantes muy grande (mayor de 10^{10} Ωm) y en los semiconductores valores intermedios. En la tabla aparece también el coeficiente de temperatura que se definirá en la próxima sección.

	Sustancia	**ρ (Ωm)**	**Coeficiente de temperatura (K^{-1})**
Conductores	Plata	$1{,}59\cdot10^{-8}$	$3{,}8\cdot10^{-3}$
	Cobre	$1{,}67\cdot10^{-8}$	$3{,}9\cdot10^{-3}$
	Oro	$2{,}35\cdot10^{-8}$	$3{,}4\cdot10^{-3}$
	Aluminio	$2{,}65\cdot10^{-8}$	$3{,}9\cdot10^{-3}$
	Volframio	$5{,}65\cdot10^{-8}$	$4{,}5\cdot10^{-3}$

	Níquel	$6{,}84 \cdot 10^{-8}$	$6{,}0 \cdot 10^{-3}$
	Hierro	$9{,}71 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-3}$
	Platino	$10{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}93 \cdot 10^{-3}$
	Plomo	$20{,}65 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
Semiconductores	Silicio	4300	$-7{,}5 \cdot 10^{-2}$
	Germanio	0,46	$-4{,}8 \cdot 10^{-2}$
Aislantes	Vidrio	10^{10} - 10^{14}	
	Cuarzo	$7{,}5 \cdot 10^{17}$	
	Azufre	10^{15}	
	Teflón	10^{13}	
	Caucho	10^{13} - 10^{16}	
	Madera	10^{8} - 10^{11}	
	Diamante	10^{11}	

Tabla 3-2. Resistividades y coeficientes de temperatura de sustancias usuales a 20 ºC

Ejemplo 3-2

Un alambre de cobre tiene un radio de 0,5 mm ¿Qué longitud se necesita para conseguir una resistencia de 10 Ω? Utiliza los valores de resistividades de la Tabla 3-2.

Solución:

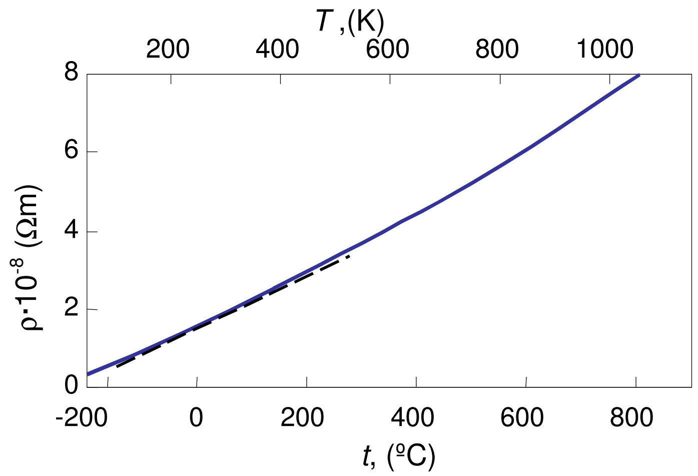
Suponiendo una temperatura de 20 ºC,

$$L = \frac{RA}{\rho} = \frac{10 \cdot \pi (0{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{1{,}7 \cdot 10^{-8}} = 462 \text{ m}$$

Variación de la resistividad con la temperatura

Un aumento de la temperatura se traduce en un aumento de la agitación térmica, lo que a su vez produce una mayor frecuencia de las interacciones entre electrones y partículas y por consiguiente, una disminución del recorrido medio de los electrones entre choques, una disminución de la velocidad media de los mismos y finalmente una disminución de la conductividad. Por lo tanto, cabe esperar que la resistividad aumente con la temperatura.

En el siguiente gráfico puede observarse la dependencia de la resistividad del cobre con la temperatura. En ella puede observarse una dependencia no lineal, pero que puede asimilarse a lineal para pequeños intervalos de temperatura. Esto facilita los cálculos de gran manera si se conoce la resistividad a una temperatura y quiere conocerse a otra. En las tablas suele aparecer la resistividad a 20º C y el coeficiente de temperatura α, que es la pendiente que tendría la curva si fuera lineal a 20 ºC. De este modo tendremos:



$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(t - 20))$$

Figura 3-8. Variación de la resistividad del cobre con la temperatura

Ecuación 3-4

La variación de la resistividad con la temperatura para otros materiales conductores tiene características similares a las descritas para el cobre.

En el diseño de circuitos se debe tener en cuenta la temperatura de funcionamiento, ya que los conductores modifican sus resistencia, y en consecuencia se modificará la intensidad y al diferencia de potencial. Por otra parte, una aplicación práctica de la variación de la resistencia con la temperatura es la medida de temperaturas en circuitos previamente calibrados.

Ejemplo 3-3

¿Qué aumento de temperatura a partir de 20ºC hará aumentar la resistividad del cobre en un 50%?

Solución:

Despejando de $\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(t - 20))$, tendremos:

$$\frac{\rho}{\rho_{20}} = 1{,}5\ ;\ \Delta t = \frac{1{,}5 - 1}{\alpha} = \frac{0{,}5}{3{,}9 \cdot 10^{-3}} = 128\ ºC$$

Superconductividad

Algunos metales presentan resistividad próxima a cero a temperaturas por debajo de cierto valor denominado temperatura crítica. El fenómeno se denomina superconductividad, y fue descubierto en 1911 por el físico holandés H. Kamerlingh Onnes. La superconductividad implica resistencia cero y por lo tanto la persistencia de la corriente en un circuito aunque no haya generador. La Figura 3-9 muestra la brusca caída de la resistencia del mercurio a 4,2 K. Otros metales como el niobio tienen una temperatura crítica de 9,2 K. Sin embargo, la temperatura es demasiado baja para poder dar utilidad a este fenómeno, pues tales temperaturas encarecen enormemente cualquier proceso. A partir de 1987, sin embargo, se han descubierto muchos óxidos cerámicos que poseen temperaturas críticas más altas, consiguiéndose aleaciones que presentan superconductividad a temperaturas del orden de los 90 K, temperatura que aún siendo baja todavía, no plantea tantos problemas, al estar por encima de la temperatura de ebullición del nitrógeno líquido.

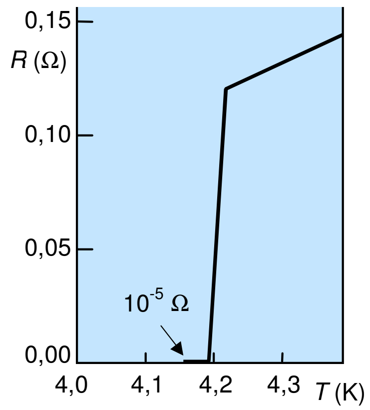


Figura 3-9. Superconductividad en el mercurio. (fuente P.A. Tipler)

3.6 Combinaciones de resistencias

Cuando se asocian resistencias, puede hacerse en serie, en paralelo y en asociaciones mixtas. Se define en estos casos la resistencia equivalente de un conjunto de resistencias, como aquella resistencia que sometida a la misma diferencia de potencial que el conjunto, deja pasar la misma intensidad de corriente (y por lo tanto la misma energía) que todo el conjunto de resistencias. Se trata de considerar la asociación como un dipolo único y sustituirla con una resistencia que se comporte igual.

Asociación en serie

Un conjunto de elementos con dos terminales están asociados en serie cuando se disponen uno a continuación de otro, de manera que la corriente no encuentre bifurcaciones.

Las resistencias dispuestas en serie son atravesadas por la misma intensidad de corriente, ya que las cargas no encuentran ninguna desviación ni se crean o destruyen ni se acumulan en ningún punto. Por otra parte, la diferencia de potencial es acumulativa, es decir, la energía de las cargas va disminuyendo desde A hasta C del mismo modo que lo haría la energía de una piedra que bajara una cuesta desde A hasta C. Así, la diferencia de potencial entre los extremos A y C es:

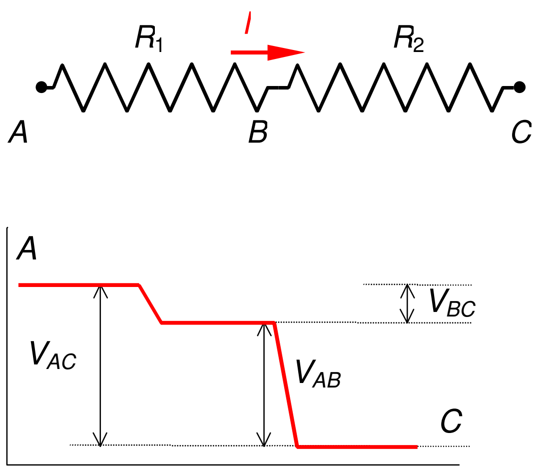


Figura 3-10. Asociación en serie

$$V_{AC} = V_A - V_C = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) = V_{AB} + V_{BC}$$

Si se aplica la ley de Ohm en esta expresión, puede determinarse la resistencia equivalente R_{eq},

$$V_{AC} = I\,R_{eq}$$
$$V_{AB} = I\,R_1$$
$$V_{BC} = I\,R_2$$

Por lo que sustituyendo y dividiendo por I se obtiene, $R_{eq} = R_1 + R_2$, o en general, para n resistencias en serie:

$$R_{eq} = \sum_1^n R_i \qquad \text{Ecuación 3-5}$$

Asociación en paralelo

Un conjunto de elementos con dos terminales está dispuesto en paralelo cuando se han situado entre dos únicos puntos de tal forma que se puede ir de un punto al otro pasando por uno cualquiera de los elementos, sin pasar por los otros.

En la asociación en paralelo, la diferencia de potencial es la misma en todas las resistencias, y en cambio, la intensidad es diferente como consecuencia de producirse una derivación, es decir, una separación de las cargas que fluyen por distintos caminos. Así la intensidad general, o intensidad en la entrada es la suma de las intensidades en cada rama:

$$I = I_1 + I_2$$

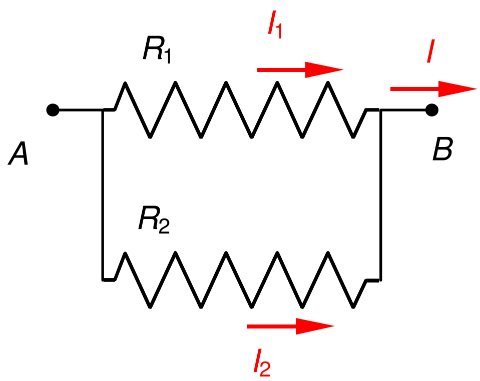


Figura 3-11. Asociación en paralelo

Si se aplica la ley de Ohm en esta resistencia, se tiene que:

$$I = I_1 + I_2$$

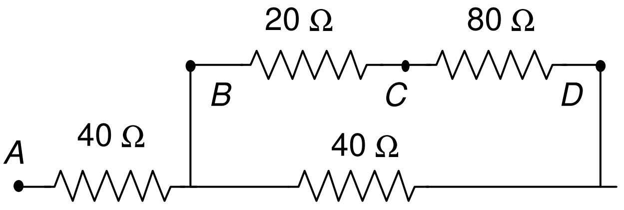
$$\frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2}; \qquad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$, y en general, para n resistencias:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_1^n \frac{1}{R_i} \qquad \text{Ecuación 3-6}$$

Existen también asociaciones mixtas en serie y en paralelo. En estos casos se identificarán los grupos formados por elementos en serie y en paralelo siempre que sea posible, y se resolverá por partes. Hay algunos casos en que no es posible reducir la asociación en bloques puros en serie o en paralelo. si bien su estudio queda fuera de los objetivos de la asignatura.

Ejemplo 3-4

Dado el esquema de la figura, halla V_{AB}, si V_{CD} = 4 V.



Solución:

Aplicando la ley de Ohm a la resistencia de 80 Ω, obtenemos la intensidad que circula por la rama superior:

$$i_{CD} = \frac{V_{CD}}{R} = \frac{4}{80} = \frac{1}{20}\,\text{A}$$

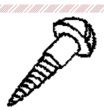
esta intensidad es la misma que circula por la resistencia de 20 Ω, por lo que $V_{BC} = 20\cdot1/20 = 1$ V.
de este modo, $V_{BD} = V_{BC} + V_{CD} = 5$ V
Sabiendo, V_{BD}, conocemos la intensidad que circula entre *B* y *D* por la rama inferior:

$$i_{BD} = \frac{V_{BD}}{R} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}\,\text{A}$$

por lo que la intensidad total que circula por las dos ramas es:

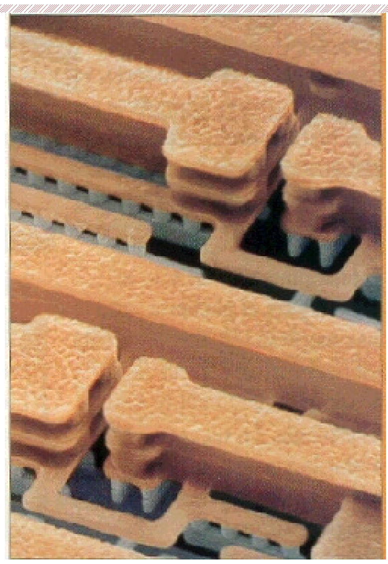
$$I = \frac{1}{20} + \frac{1}{8} = \frac{7}{40}\,\text{A}$$

Y finalmente, la tensión entre *A* y *B* es: $V_{AB} = IR = 7/40\cdot40 = 7$ V



Cobre para las conexiones

En septiembre, la microelectrónica dio un gran salto con la aparición en el mercado de los primeros microprocesadores con conexiones de cobre. Estos microprocesadores Power PC, comercializados por IBM, empezarán por funcionar a la frecuencia de 400 MHz contra los 350 MHz de los más avanzados de los Power Pc actuales para alcanzar, en dos o tres años según IBM, los 1.000 MHz. El progreso técnico es tanto más remarcable cuanto que el aumento de las prestaciones no afecta sólo a la disminución del tamaño de los componentes (la anchura de rejilla de los transistores de los nuevos Power PC es de 0,18 micras) sino a una modificación del material que une unos con otros. El aluminio utilizado hasta ahora alcanza, de hecho, su límite ya que cuanto más se miniaturizan los transistores más rápidos son. Esta ganancia de velocidad y, por tanto, de prestaciones debe conservarse imperativamente en las interconexiones de aluminio que unen los transistores entre si. Sin embargo, a este grado de miniaturización, la conductividad del aluminio no aumenta más y el aislamiento entre los conectores no resulta perfecto. Los conectores, el eslabón más débil de la cadena, se convierte así en un freno para el procesador. El cobre es un sustituto adecuado es dos veces más conductor que su vecino de la tabla periódica pero se le considera también como el veneno de los circuitos integrados: emigra por el conjunto del microprocesador y degrada los transistores.



Detalle de un microprocesador con conectores de cobre. Éstos están rodeados de una capa aislante que impide la degradación de los transistores por el cobre. (Fotografía *tdr*).

Era necesario encontrar nuevos procedimientos para paliar este defecto. IBM ha elaborado una nueva capa aislante que recubre a los conectores de cobre, compuesta de una hoja de 0,02 micras de un nitrito de tungsteno y de otra hoja, aún más fina, de un material que mantienen en secreto.
Mundo científico. Nº 196, diciembre de 1998. Página 11.

3.7 Problemas

1. Por un conductor filiforme circula una corriente continua de 1 A.
a) ¿Cuánta carga fluye por una sección del conductor en 1 minuto?
b) Si la corriente es producida por el flujo de electrones, ¿cuántos electrones atravesarán esta sección al mismo tiempo?
Sol: a) 60 C; b) $3{,}75\cdot10^{20}$ electrones.

2. En un tubo fluorescente de 4,0 cm de diámetro pasan por una sección determinada y por cada segundo $2{,}0\cdot10^{18}$ electrones y $1{,}0\cdot10^{17}$ iones positivos (con carga +e), ¿Cuánto vale la intensidad de corriente que circula por el tubo?
Sol: 0,336 A

3. Un anillo de radio R tiene una densidad lineal de carga λ. Si el anillo gira con una velocidad angular ω alrededor de su eje, determina el valor de la correspondiente intensidad de corriente.
Sol: $I = \lambda\omega R$

4. Un disco de radio R, cargado con una densidad superficial de carga σ, gira con una velocidad angular ω alrededor de su eje. Calcula la intensidad de corriente.
Sol: $I = \sigma\omega R^2/2$

5. La corriente que circula por un hilo metálico varía de acuerdo con el tiempo según la expresión $I = 20 + 3t^2$, donde I se expresa en A y t en s.

a) ¿Qué carga se transporta por el hilo entre $t = 0$ y $t = 10$ s?

b) ¿Qué corriente constante transportaría la misma carga en igual intervalo de tiempo?

Sol: a) 1200 C, b) 120 A

6. La carga que pasa por la sección de un hilo metálico está definida por $Q(t) = 6{,}5\ t^2 + 3{,}5$ C, para t desde 0,0 s a 8,0 s.

a) ¿Qué expresión tiene la corriente $I(t)$ en este intervalo de tiempo?

b) ¿Cuánto vale la corriente en $t = 3$ s?

Sol: a) $I = 13t$ b) 39 A

7. La densidad de corriente en un conductor de sección transversal circular de radio R, varía de acuerdo con la distancia al eje r según la expresión $J = J_0 r/R$. Calcula la intensidad de corriente en el conductor.

Sol: $I = 2\pi\ J_0 R^2/3$

Ley de Ohm y resistencia

8. Por un conductor de 10 m de longitud, 1 mm^2 de sección y una resistencia de 0,2 Ω, circula una corriente de 5 A.

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos del conductor?

b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en este conductor?

c) ¿Qué valores tienen la densidad de corriente y la conductividad?

Sol: a) 1 V, b) 0,1 V/m, c) $J = 5{\cdot}10^6$ Am^{-2}, $\sigma = 5{\cdot}10^7\ (\Omega m)^{-1}$

9. ¿Qué diferencia existe entre resistencia y resistividad? ¿Qué es lo correcto, hablar de resistencia del cobre o de resistividad del cobre; de resistencia de un euro o de resistividad de un euro?

10. Una barra de volframio tiene una longitud de 1 m y una sección de 1 mm^2. Se aplica una diferencia de potencial entre sus extremos de 10 V.

a) Cuál es su resistencia a 20 ºC?

b) Cuál es su resistencia a 40 ºC?

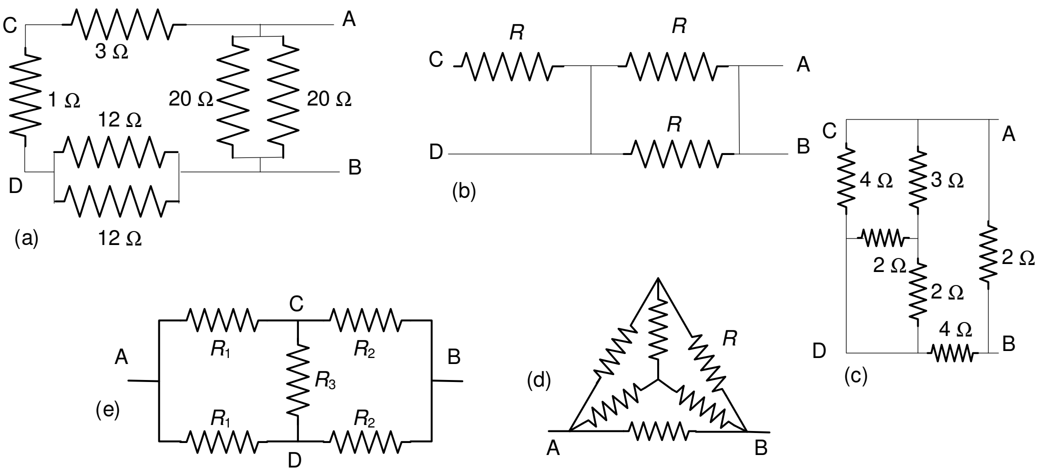
c) Cuánto vale la intensidad de corriente a 20 ºC?

Sol: a) 0,056 Ω, b) 0,062 Ω, c) 177 A

11. ¿A qué temperatura será la resistencia de un conductor de cobre el 10% mayor que cuando está a 20 ºC?

Sol: 45,6 ºC.

12. Calcula la resistencia equivalente entre los puntos A y B y entre C y D cuando corresponda en los circuitos de las figuras.



Sol: a) R_{AB}= 5 Ω, R_{CD}=19/20 Ω ;
b) R_{AB}= 0, R_{CD}=R;
c) R_{AB}= 3/2 Ω=R_{CD};
d) R_{AB}= R/2;
e) R_{AB}= $(R_1+R_2)/2$, $R_{CD} = 2R_1R_2R_3/(2R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)$

GLOSARIO

Velocidad de arrastre: Velocidad de equilibrio que alcanzan las cargas cuando son aceleradas por un campo eléctrico, y como consecuencia de las interferencias con la red atómica, son frenados en su movimiento.

Densidad de corriente. Es un vector que en cada punto del conductor tiene la dirección de la velocidad de arrastre y de módulo igual a la cantidad de carga que por unidad de tiempo atraviesa la unidad de superficie normal a la velocidad de arrastre.

Intensidad de corriente. Es la carga que atraviesa una sección transversal de conductor por unidad de tiempo.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Ley de Ohm. La diferencia de potencial entre los extremos de un conductor es directamente proporcional a la intensidad que circula por él. A la constante de proporcionalidad se le llama resistencia del conductor.

$$\Delta V = IR$$

Ohmio. Es la resistencia que tiene un conductor que al aplicarle una diferencia de potencial de un voltio, circula un amperio. Se representa por Ω.

Conductor óhmico. Conductor que cumple la ley de Ohm.

Movilidad. Constante de proporcionalidad entre la velocidad de arrastre y el campo eléctrico.

Conductividad. Constante de proporcionalidad entre la densidad de corriente y el campo eléctrico. Se define en la ley de Ohm.

Resistividad. La inversa de la conductividad.

Efecto Joule. Disipación de energía, en forma de calor, que se produce al circular corriente por un conductor.

Coeficiente de temperatura. Parámetro, que en un aproximación lineal, expresa la pendiente de la variación de la resistividad con la temperatura.

Densidad de portadores de carga: Número de portadores de carga por unidad de volumen.