EXAMEN FINAL DE FFI

Convocatòria de febrer

Curs 2007/08

Escola Tècnica Superior d'Informàtica Aplicada

Nom i cognoms: Grup:

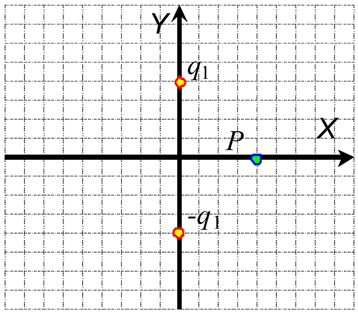
Nombre y apellidos: Grupo:

1. Calcula el camp elèctric creat pel dipol elèctric de la figura, en el punt P (4,0,0). Les càrregues són de 1μC i –1μC, i estan situades en els punts (0,4,0) i (0,-4,0) respectivament. Les coordenades venen donades en metres. Quant val el potencial electrostàtic en aqueix punt?

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2 / N \cdot m^2$$

1. Calcula el campo eléctrico creado por el dipolo eléctrico de la figura, en el punto P (4,0,0). Las cargas son de 1μC y –1μC, y están situadas en los puntos (0,4,0) y (0,-4,0) respectivamente. Las coordenadas vienen dadas en metros. ¿Cuánto vale el potencial electrostático en ese punto?

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2 / N \cdot m^2$$



El campo eléctrico total es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos creados por cada una de las cargas:

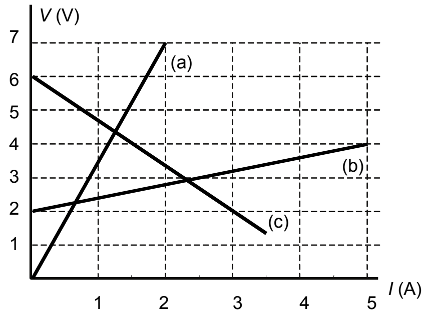
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(q_1 \frac{\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{2}} + q_1 \frac{-\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{2}} \right) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{-2\vec{j}}{\sqrt{2}} = -397\vec{j}\ N/C$$

El potencial electrostático es la suma de los potenciales creados por cada carga:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(q_1 - q_1\right) = 0$$

2. En la figura es representen les corbes característiques tensió-intensitat de diferents elements d'un circuit de cc. Identifica cadascuna d'elles amb l'element a què correspon i calcula el valor dels seus paràmetres.

2. En la figura se representan las curvas características tensión-intensidad de diferentes elementos de un circuito de cc. Identifica cada una de ellas con el elemento a que corresponde y calcula el valor de sus parámetros.



	recta	Parámetros característicos
generador	(c)	ε=6 V; r= 1,33 Ω
receptor	(b)	ε'=2 V; r'= 0,4 Ω
resistencia	(a)	3,5 Ω

(a) Representa una resistencia dado que tiene pendiente positiva, y pasa por el origen de coordenadas. El valor de la resistencia viene dado por la pendiente de la recta: R=7 V/2 A = 3,5 Ω.

(b) Es un receptor, dado que tiene pendiente positiva, y para I=0 tiene un valor de V>0. La fuerza contraelectromotriz se corresponde con el valor de V para I=0: ε'=2 V. La resistencia interna es igual a la pendiente de la recta: r'=2 V/5 A = 0,4 Ω.

(c) Es un generador, dado que tiene pendiente negativa, y para I=0 tiene un valor de V>0. La fuerza electromotriz se corresponde con el valor de V para I=0: ε=6 V. La resistencia interna es igual al módulo de la pendiente de la recta: r=4 V/3 A = 1,33 Ω.

3. Quant val el camp elèctric en l'interior d'un conductor carregat i en equilibri electrostàtic? Què ocorre amb la càrrega i el potencial electrostàtic? **S'han de justificar les respostes**.

3. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el interior de un conductor cargado y en equilibrio electrostático? ¿Qué ocurre con la carga y el potencial electrostático? **Se deben justificar las respuestas.**

Paginas 4-3 y 4-4 del libro.

4. Dedueix l'expressió de la capacitat equivalent d'una associació de *n* condensadors connectats en sèrie.

4. Deduce la expresión de la capacidad equivalente de una asociación de n condensadores conectados en serie.

Paginas 4-10 y 4-11 del libro.

5. Tenim dos condensadors plans iguals de capacitat C, connectats en sèrie a una font de tensió V. Calcula la capacitat, càrrega, diferència de potencial i energia emmagatzemada en cada un dels condensadors en els casos següents:

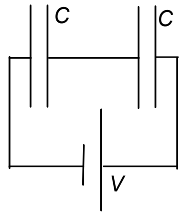
a) Se separen les plaques dels dos condensadors al doble de la seua distància inicial, mantenint-los connectats a la font.

b) Es desconnecten de la font i se separen les plaques dels dos condensadors al doble de la seua distància inicial.

5. Sean dos condensadores planos iguales de capacidad *C*, conectados en serie a una fuente de tensión *V*. Calcula la capacidad, carga, diferencia de potencial y energía almacenada en cada uno de los condensadores en los siguientes casos:

a) Se separan las placas de los dos condensadores al doble de su distancia inicial, manteniéndolos conectados a la fuente.

b) Se desconectan de la fuente y se separan las placas de los dos condensadores al doble de su distancia inicial.



Dado que la capacidad de un condensador plano es inversamente proporcional a la distancia de separación de sus armaduras, la capacidad se reduce a la mitad: *C/*2

$$C_{eq} = \left(\frac{2}{C}+\frac{2}{C}\right)^{-1} = \frac{C}{4}$$

La carga almacenada por el condensador equivalente es: $Q_{eq} = C_{eq}V^{-1} = \frac{CV}{4}$, que al estar los condensadores en serie es igual a la carga almacenada por cada condensador.

La diferencia de potencial en cada condensador es igual a su carga, partido por su capacidad:

$$V_C = \frac{CV/4}{C/2} = \frac{V}{2}$$

La energía en cada condensador es igual a la carga, multiplicado por la diferencia de potencial, dividido por 2:

$$U_C = \frac{(CV/4)(V/2)}{2} = \frac{CV^2}{16}$$

En este caso hay que tener en cuenta que la carga total se conserva en todo el proceso:

La carga total que tenemos inicialmente, antes de separar las placas de los condensadores es:

$$Q_{eq} = C_{eq}V = \frac{CV}{2}$$

Después de separar las placas de los condensadores su capacidad se reduce a la mitad, *C/*2, y la carga total almacenada se mantiene constante. Como los condensadores están en serie, la carga de cada condensador es igual a la carga total: *CV*/2.

La diferencia de potencial es por tanto:

$$V_C = \frac{CV/2}{C/2} = V$$

Y la energía:

$$U_C = \frac{(CV/2)(V)}{2} = \frac{CV^2}{4}$$

	Capacidad de los condensadores	Carga almacenada en los condensadores	d.d.p. en bornes de los condensadores	Energía almacenada en los condensadores
a)	*C/*2	*CV/*4	V/2	$CV^2/16$
b)	C/2	*CV/2*	*V*	$CV^2/4$

6. Calcula la concentració de electrons i buits del silici en les circumstàncies següents:
a) A 300 K dopat amb impureses acceptores en una concentració de $5{\cdot}10^{20}$ m^{-3}.
b) A 500 K dopat amb impureses acceptores en una concentració de $5{\cdot}10^{20}$ m^{-3}.
c) Calcula la resistivitat del silici en el cas a).

6. Calcula la concentración de electrones y huecos del silicio en las circunstancias siguientes:
a) A 300 K dopado con impurezas aceptoras en una concentración de $5{\cdot}10^{20}$ m^{-3}.
b) A 500 K dopado con impurezas aceptoras en una concentración de $5{\cdot}10^{20}$ m^{-3}.
c) Calcula la resistividad del silicio en el caso a).

Càrrega de l'electró	$1{,}6{\cdot}10^{-19}$
Concentració intrínseca a 300 K	$1{,}5{\cdot}10^{16}$ m^{-3}
Concentració intrínseca a 500 K	$3{,}7{\cdot}10^{20}$ m^{-3}
Mobilitat electrons a 300 K	0,135 m^2/Vs
Mobilitat buits (huecos) a 300 K	0,05 m^2/Vs

a) Como la concentración de impurezas es mucho mayor que la concentración intrínseca a esa temperatura, podemos aproximar el número de huecos al número de impurezas aceptoras:

$$p \approx N_A = 5 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

Y utilizando la ley de acción de masas,

$$n = \frac{n_i^2}{p} = 4{,}5 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

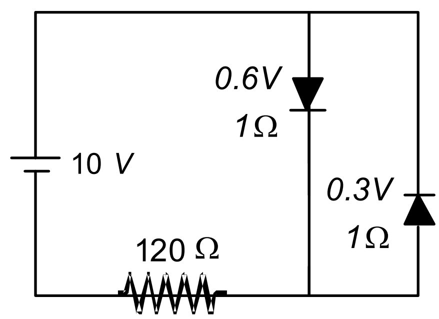
b) En este caso tenemos que utilizar la ley de acción de masas y la ley de neutralidad eléctrica:

$$\left.\begin{aligned} np &= n_i^2 \\ p &= N_A + n \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} p = 1{,}96 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \\ n = 6{,}96 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \end{cases}$$

c) $\rho = \dfrac{1}{\sigma} = \dfrac{1}{q(n\mu_n + p\mu_p)} \approx \dfrac{1}{qp\mu_p} = 0{,}21\,\Omega\text{m}$

7. Calcula la intensitat I que circula per cadascún dels díodes del circuit de la figura, fent ús de tots els models de díode que conegues.

7. Calcula la intensidad que circula por cada uno de los diodos del circuito de la figura, haciendo uso de todos los modelos de diodo que conozcas.



El díode de 0,3 V està polaritzat a la inversa i, per tant, per ell no circula corrent elèctric segons el models en primera, segona i tercera aproximació. En tots el casos es considera un circuit obert.

El díode de 0,6 V està polaritzat de manera directa i serà travessat per una intensitat de valor:

a) Segons la primera aproximació el díode es un cortocircuit: $\text{I} = \dfrac{10}{120} \approx 0.0833\text{A}$

b) Segons la segona aproximació el díode és una caiguda de potencial de 0,6 V:

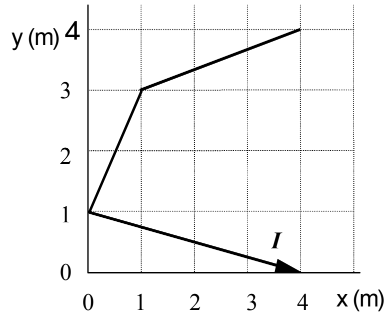
$$\text{I} = \frac{10 - 0{,}6}{120} \approx 0{,}0783\text{A}$$

c) Segons la tercera aproximació el díode és una caiguda de potencial de 0,6 V, més una resistència en sèrie d'1 Ω:

$$\text{I} = \frac{10 - 0{,}6}{120 + 1} \approx 0{,}0777\text{A}$$

8. Pel conductor de la figura circula un corrent de 2A. Si sobre ell actua un camp magnètic uniforme de $0.2\vec{k}$ *T,* calcula la força total sobre el conductor.

8. Por el conductor de la figura circula una corriente de *2A*. Si actua sobre él un campo magnético uniforme de $0.2\vec{k}$ *T,* calcula la fuerza total sobre el conductor.



Per ser el camp magnètic uniforme, la força tindrà com a expressió:

$\vec{F} = I\int_C d\vec{l} \times \vec{B} = I(\vec{L} \times \vec{B})$ on $\vec{L}$ és el vector que uneix els punts inicial i final del tram de conductor considerat, en el sentit de la intensitat. En el nostre cas: $\vec{L} = -4\vec{j}$ m.

En conseqüència. $\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B}) = 2\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 \end{vmatrix} = 2(-0,8\vec{i}) = -1,6\vec{i}$ N

9. Enuncia la llei de Faraday.. Aplica-la al càlcul de la força electromotriu induïda sobre una espira plana de $1m^2$ situada sobre el pla XY, sotmesa a l'acció d'un camp magnètic variable: $\vec{B} = 2t^2(\vec{i} + 2\vec{k})Tesla$

9. Enuncia la ley de Faraday. Aplícala al cálculo de la fuerza electromotriz inducida sobre una espira plana de $1m^2$ situada sobre el plano XY, sometida a la acción de un campo magnético variable $\vec{B} = 2t^2(\vec{i} + 2\vec{k})Tesla$.

La força electromotriu induïda en un circuït elèctric degut a l'acció d'un camp magnètic és proporcional a la variació en el temps del flux del magnètic que travessa una superfície limitada pel circuït, segons la relació:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

El flux sobre l'espira plana, adoptant per al vector de superfície l'expressió: $d\vec{s} = ds\vec{k}$, és:

$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_S 2t^2(\vec{i} + 2\vec{k}) \cdot (ds\vec{k}) = \int_S 2t^2(2ds) = 4t^2\int_S ds = 4t^2S = 4t^2$, donat que S=1m^2.

Aplicant la llei de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(4t^2) = -8t \text{ V}$$

10. En un circuit amb una resistència R = 2 Ω, una bobina L = 1,6 mH i un condensador C = 20 μF, en sèrie, la ddp en borns del condensador és: u = 2cos(5000t + 60º) V. Calcula la intensitat que circula pel circuit, la caiguda de tensió en cada element i la caiguda de tensió total.

10. En un circuito con una resistencia *R* = 2 Ω, una bobina *L* = 1,6 mH y un condensador *C* = 20 μF, en serie, la ddp en bornes del condensador es: *u* = 2cos(5000*t* + 60º) V. Calcula la intensidad que circula por el circuito, la caída de tensión en cada elemento y la caída de tensión total.

Coneguda la d.d.p. en borns del condensador, podem calcular la intensitat que travessa aquest element:

$$i(t) = C\omega U_m \cos(\omega t + \varphi_u + 90º) = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 5000 \cdot 2\cos(5000 + 60 + 90)$$

$$i(t) = 0,2\cos(5000 + 150º)A$$

Com es tracta d'un circuit sèrie, la intensitat que travessa els diferents elements és la mateixa. Llavors podem calcular la d.d.p. en born dels altres dos elements:

En la resistència: $u_R(t) = RI_m\cos(\omega t + \varphi_i) = 2 \cdot 0,2\cos(5000t + 150º) = 0,40\cos(5000t + 150º)$ V

En la bobina:

$$u_L(t) = L\omega I_m \cos(\omega t + \varphi_i + 90º) = 1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 5000 \cdot 0,2\cos(5000t + 150º + 90º)$$

$$u_L(t) = 1,6\cos(5000t + 240º)V$$

Per a calcular la caiguda de tensió total, ens fa falta conèixer la impedància Z i el desfasament total φ. Ambdós valors es poden traure del triangle d'impedàncies:

$$Z=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}=\sqrt{4+\left(1{,}6.10^{-3}.5000-\frac{1}{20.10^{-6}.5000}\right)^2}=2\sqrt{2}\quad\Omega$$

$$\varphi=\mathrm{arctg}\left[\frac{\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)}{R}\right]=\mathrm{arctg}\left[\frac{\left(1{,}6.10^{-3}.5000-\frac{1}{20.10^{-6}.5000}\right)}{2}\right]=-45^{\circ}$$

Llavors, conegudes i(t) i la impedància, la tensió total és:

$$u(t)=ZI_m\cos(\omega t+\varphi_i+\varphi)=2\sqrt{2}\cdot 0{,}2\cos(5000t+150^{\circ}-45^{\circ})\approx 0{,}57\cos(5000t+105^{\circ})\ \mathrm{V}$$