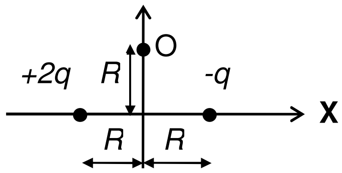
**EXAMEN DE TEORÍA DE FFI**

5 de Julio de 2007

Escola Tècnica Superior d'Informàtica Aplicada

| Nombre y apellidos: | Grupo: |
|---|---|

**1.** Dadas dos cargas puntuales una positiva +2*q* y otra negativa -*q*, situadas como se muestra la figura, determina el valor del campo eléctrico en el punto O.

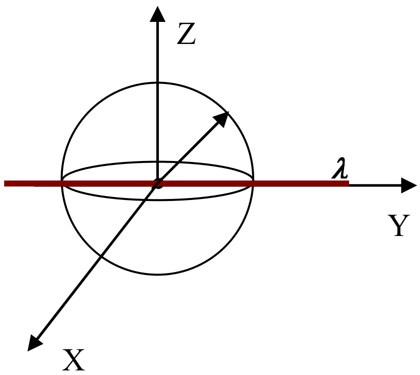



Los campos creados en O por cada una de las cargas son:

$$\vec{E}_{2q} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 2R^2}\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}+\vec{j}) \text{ V/m} \qquad \vec{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 2R^2}\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}-\vec{j}) \text{ V/m}$$

Y el campo total:
$$\vec{E}_O = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 2R^2}\frac{\sqrt{2}}{2}(2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{i}-\vec{j}) = \frac{q\sqrt{2}}{16\pi\varepsilon_0 R^2}(3\vec{i}+\vec{j}) \text{ V/m}$$

**2.** Sea una distribución lineal de carga de longitud infinita con una densidad de carga lineal λ. Calcula el flujo del campo eléctrico a través de la esfera de la figura de radio *R* si dicho cable pasa por el centro de la esfera.




Aplicando el teorema de Gauss:

$$\phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{2\lambda R}{\varepsilon_0} \text{ Wb}$$

**3.** En un condensador plano aislado de superficie *S* y de separación entre armaduras *d*, se ha medido el campo eléctrico en su interior, obteniéndose 1V/m.
a) ¿Cuál es el valor de la carga del condensador?
b) Si introducimos un dieléctrico de permitividad relativa 5, ¿cuál es el valor del campo eléctrico en el interior?
c) Al introducir el dieléctrico, la tensión entre las armaduras ¿aumenta o disminuye? Justifica la respuesta.

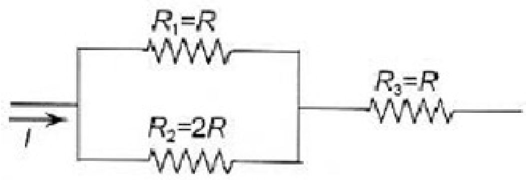
a) $E = 1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = 1\cdot\varepsilon_0 = \varepsilon_0$ C/m²

$$Q = \sigma \cdot S = \varepsilon_0 S \quad \text{C}$$

b) $E_d = \dfrac{E}{\varepsilon_r} = \dfrac{1}{5}$ V/m

c) Disminuye, ya que también lo hace el campo eléctrico, y V=Ed

**4**. En el circuito de la figura, ¿qué resistencia disipa más potencia y cuál menos? Justifica la respuesta.




Por $R_3$ circula la misma corriente que por el conjunto formado por $R_1$ y $R_2$ en paralelo. Como la resistencia equivalente de estas dos últimas es necesariamente menor que R, la que mayor potencia disipa ($P=I^2$ R) es $R_3$.

Por otra parte, como $R_1$ y $R_2$ están sometidas a la misma d.d.p., ($P=V^2/R$), $R_2$ es la que disipa menor potencia.

**5.** Por un conductor de 1 m de longitud, 1 mm$^2$ de sección y una resistencia de 5 Ω, circula una corriente de 500 mA.

a) ¿Cuál es la ddp entre los extremos del conductor?
b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en este conductor?
c) ¿Qué valor tienen la densidad de corriente y la conductividad?
d) ¿Qué potencia disipa por efecto Joule?

(Se debe expresar todas las cantidades con sus unidades en el SI)

a) $V = IR = \dfrac{1}{2}5 = \dfrac{5}{2}$ V

b) $E = \dfrac{V}{d} = \dfrac{\frac{5}{2}}{1} = \dfrac{5}{2}$ V/m

c) $J = \dfrac{I}{S} = \dfrac{1/2}{1 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^5 \, A/m^2$

$$\sigma = \frac{J}{E} = \frac{5 \cdot 10^5}{5/2} = 2 \cdot 10^5 \, \Omega^{-1} m^{-1}$$

d) $W = I^2 R = \dfrac{5}{4} w$

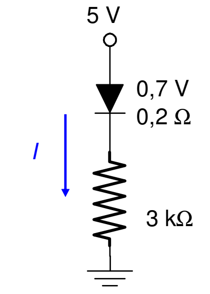
| | |
|---|---|
| 6.- Calcula amb quina concentració $N_D$ d'àtoms donadors s'ha de dopar un cristall de silici ($n_i$(300K) = 1.5·10$^{16}$ m$^{-3}$, $n_i$(500K) = 3.7·10$^{20}$ m$^{-3}$) per a que la concentració d'electrons lliures a tempertura ambient siga | Calcula con qué concentración $N_D$ de átomos donadores hay que dopar un cristal de silicio ($n_i$(300K) = 1.5·10$^{16}$ m$^{-3}$, $n_i$(500K) = 3.7·10$^{20}$ m$^{-3}$) para que la concentración de electrones libres a tempertura ambiente sea $n$(300K) = 2.25·10$^{16}$ m$^{-3}$ |

| | |
|---|---|
| $n$(300K) = 2.25·10$^{16}$ m$^{-3}$ . I quina serà la concentració $n$(500K) si, una vegada dopat, s'augmenta la temperatura a 500K? | . ¿Y cuál será la concentración $n$(500K) si, una vez dopado, se eleva la temperatura a 500K? |

De la llei d'acció de masses, $n\,p = n_i^2$ , la concentració de buits en el dit semiconductor a temperatura ambient és $p = (1.5·10^{16})^2 / 2.25·10^{16} = 10^{16}$ m$^{-3}$

I de la llei de neutralitat elèctrica, $N_D = n - p = 1.25·10^{16}$ m$^{-3}$

A la temperatura de 500 K, la concentració d'electrons lliures en el mateix semiconductor és pràcticament igual a la concentració intrínseca, ja que el dopatge és molt dèbil en comparació.
$n$(500K) = $n_i$(500K) = 3.7·10$^{20}$ m$^{-3}$

| | | |
|---|---|---|
| 7.- Calcula la intensitat $I$ de corrent que circula pel circuit de la figura utilitzant l'aproximació o model de díode que consideres més adequat i explicant per què és la més convenient. | Calcula la intensidad $I$ de corriente que circula por el circuito de la figura utilizando la aproximación o modelo de diodo que consideres más adecuado y explicando por qué es la más conveniente. |  |

*L'aproximació més convenient és la segona, ja que és prou exacta (com la tercera, degut al valor tan menut de la resistència del díode)*

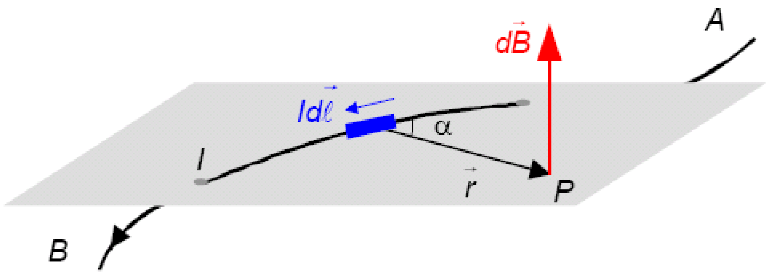
*I = (5-0.7) / 3000 = 0.0014 A*

*Encara que utilitzar la tercera aproximació també dona el mateix resultat correcte:*

*I = (5-0.7) / (3000+0.2) = 0.0014 A*

| | |
|---|---|
| 8.- a) Enuncia la llei de Biot i Savart.<br>b) Aplica la llei de Biot i Savart per a calcular el camp magnètic generat per una espira circular de corrent $I$ i radi $R$ al seu centre. | a) Enuncia la ley de Biot y Savart.<br>b) Aplica la ley de Biot y Savart para calcular el campo magnético generado por una espira circular de corriente $I$ y radio $R$ en su centro. |

a) La llei de Biot i Savart permet calcular el camp magnètic elemental $dB$ que origina un element de corrent, és a dir, un corrent $I$ de longitud elemental d$l$, en un punt qualsevol $P$.




$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{\ell}\times\vec{r}}{r^3}$$

Equació 12.2

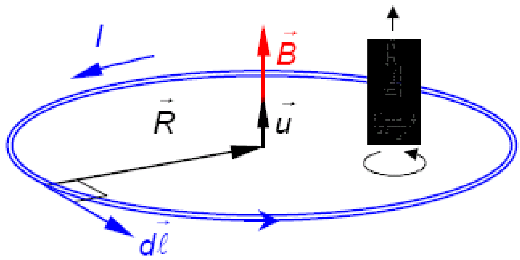
Figura 12.1. Camp magnètic elemental produït per un element de corrent en el punt $P$.

Si es vol obtenir el camp magnètic creat per un corrent no elemental, com un corrent circular, infinit o altres, caldrà aplicar superposició integrant l'Equació 12.2 entre el primer element de corrent i l'últim.

$$\vec{B} = \int_A^B \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{\ell}\times\vec{r}}{r^3}$$

Equació 12.3

b) Camp magnètic produït per una espira de corrent al seu centre.
Es tracta d'aplicar l'Equació 12.3 a tot un corrent circular, per a la qual cosa caldrà sumar (integrar) els camps elementals produïts pels corrents elementals al llarg de tota la circumferència. En primer lloc, s'identifiquen els elements de corrent, que són tangents a la circumferència. El vector **r** coincideix amb el radi de la circumferència en cada punt, per la qual cosa en tot punt **dl** y **r** formen 90º. D'altra banda, el mòdul r és constant i igual al radi $R$, per la qual cosa s'obté simplificant i integrant:




$$\vec{B}_{centre} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi R}\frac{d\vec{\ell}\times\vec{R}}{R^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi R}\frac{d\ell\cdot R}{R^3}\vec{u} =$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}2\pi R\vec{u} = \frac{\mu_0 I}{2R}\vec{u}$$

Figura 12.1. Camp magnètic en el centre d'una espira.

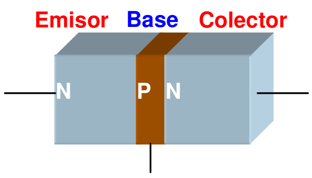
| | |
|---|---|
| 9.- a) Donat un circuit LR en sèrie amb $R$ = 1kΩ, calcula l'autoinducció $L$ necessària per a que la constant de temps del circuit siga $\tau$ = 10 μs.<br>b) Si l'autoinducció $L$ és d'un solenoide recte de radi $r$ = 1/(2π) cm i longitud $l$ = 10 cm, quàntes espires té? ($\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Tm/A) | a) Dado un circuito LR en serie con $R$ = 1kΩ, calcula la autoinducción $L$ necesaria para que la constante de tiempo del circuito sea $\tau$ = 10 μs.<br>b) Si la autoinducción $L$ es de un solenoide recto de radio $r$ = 1/(2π) cm i longitud $l$ = 10 cm, ¿cuántas espiras tiene? ($\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Tm/A) |

a) La constant de temps del circuit RL sèrie és $\tau = L/R$, per tant $L = \tau\, R = 10\cdot 10^{-6}\cdot 10^{3} = 10^{-2}$ = 10 mH

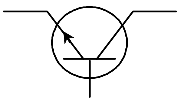
b) L'autoinducció d'un solenoide recte i llarg és $L = \mu_0 N^2 S / l$, per tant el nombre d'espires $N$ és

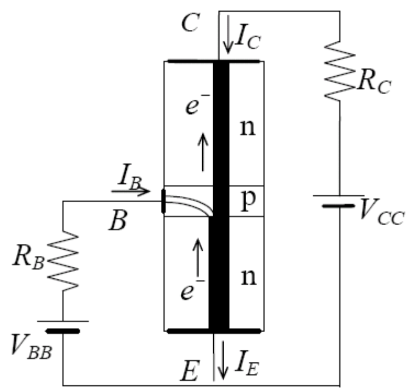
$$N = \sqrt{\frac{L\,l}{\mu_0\,S}} = \sqrt{\frac{10^{-2}\,10^{-1}}{4\pi\cdot 10^{-7}\,\pi\,r^2}} = \sqrt{\frac{10^{-3}}{10^{-7}\,10^{-4}}} = 10^4$$

| | |
|---|---|
| 10.- Explica la estructura i funcionament del transistor bipolar d'unió (BJT) npn polaritzat en forma activa. | Explica la estructura y funcionamiento del transistor bipolar de unión (BJT) npn polarizado en forma activa. |




Base poc dopada
Emissor més dopat que col·lector






Quan polaritzem una de les unions *p-n* del transistor en directa, i l'altra en inversa, diem que el transistor està polaritzat en forma activa. En aquest cas, el comportament del transistor és radicalment diferent al de les dues unions *p-n* independents:
L'unió base-col·lector en inversa pot conduir si l'unió base-emissor és en directa. Els electrons que es difonen d'emissor a base arriben al col·lector, creant la intensitat $I_C$

$I_C = \beta I_B$ $\beta$ factor de guany

En la Figura es mostra esquemàticament el moviment de càrregues en el transistor d'unió *npn* descrit. S'ha indicat el sentit de les intensitats (sentit de moviment de càrregues positives). Podem observar que la principal característica és la presència d'un fort corrent d'electrons d'emissor a col·lector. Si estudiem les intensitats observem que:

• El corrent d'emissor $I_E$ resulta principalment de considerar el corrent d'electrons que de l'emissor passen a la base (més el de buits que s'incorporen a l'emissor provinents de la base).

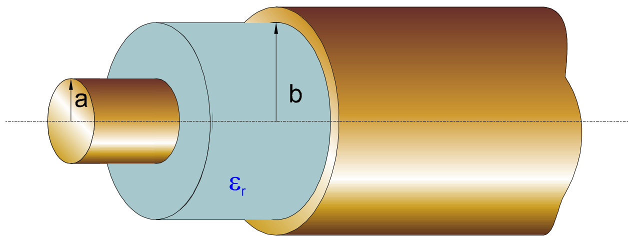
• El corrent de base $I_B$ resulta de considerar el corrent d'electrons que s'incorporen a la base des de l'emissor, el que s'introdueix en el col·lector provinent de la base i el que resulta de la recombinació de parells electró buit en la base.

• El corrent del col·lector $I_C$ resulta de considerar el corrent d'electrons que s'incorporen al col·lector provinent de la base i el dèbil corrent de buits que passen del col·lector a la base.

La suma dels tres corrents serà sempre nul·la (1a. llei de Kirchhoff). En nombroses ocasions es podrà suposar, a l'efecte de càlcul, que l'únic moviment de càrregues existent en el transistor és un corrent d'electrons que el travessa d'emissor a col·lector en aproximar a zero la resta d'intensitats. En aquest cas $I_E = I_C$ *i* $I_B = 0$.

| | |
|---|---|
| **EXAMEN DE PROBLEMAS DE FFI**<br>5 de Julio de 2007 | Escola Tècnica Superior d'Informàtica Aplicada |
| Nombre y apellidos: | Grupo: |

**1.** Un conductor cilíndrico de radio *a* se encuentra cargado uniformemente con una densidad superficial de carga $\sigma$. Concéntrico con él hay otro conductor con forma de superficie cilíndrica de radio *b* descargado; habiendo colocado entre los dos conductores un dieléctrico de constante dieléctrica relativa $\varepsilon_r$.




Calcula:

a) Campo eléctrico en el dieléctrico.

b) Diferencia de potencial entre los dos conductores.

c) Capacidad por unidad de longitud.

Sol:

a) un cilindre coaxial de radi *r* (*a*<*r*<*b*) i altura *L* servirà de superfície de Gauss. Per simetria el camp elèctric serà axial (normal a l'eix), i per tant normal a la superfície lateral del cilindre i tangent a les bases. L'espai entre a i b te permitivitat dielèctrica $\varepsilon_r$. Al aplicar Gauss la càrrega dins la superfície serà la que estiga en la superfície del conductor de densitat de càrrega σ i radi *a* en una longitud *L*

$$\int_S \vec{E}d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$\int_S \vec{E}d\vec{s} = \int_{SL}\vec{E}d\vec{s} + \int_{B1}\vec{E}d\vec{s} + \int_{B2}\vec{E}d\vec{s} = \int_{SL} E\cdot ds = E\int_{SL} ds = E\cdot S_L = E\cdot 2\pi r\cdot L$$

$$Q = \sigma\cdot S_C = \sigma\cdot 2\pi a\cdot L$$

$$E\cdot 2\pi r\cdot L = \frac{\sigma\cdot 2\pi a\cdot L}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \rightarrow E = \frac{\sigma\cdot a}{\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

b)

$$V_{ab} = \int_{ab}\vec{E}d\vec{l} = \int_a^b E\cdot dr = \int_a^b \frac{\sigma\cdot a}{\varepsilon_0\varepsilon_r r}\cdot dr = \frac{\sigma\cdot a}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\left[\ln r\right]_a^b = \frac{\sigma\cdot a}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{b}{a}$$

c) la capacitat d'un cilindre de longitud L serà:

$$Q = \sigma\cdot 2\pi a\cdot L$$

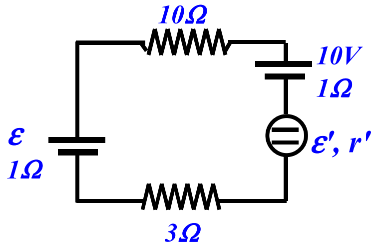
$$V_{ab} = \frac{\sigma\cdot a}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\cdot L}{\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot L}{\ln\frac{b}{a}}$$

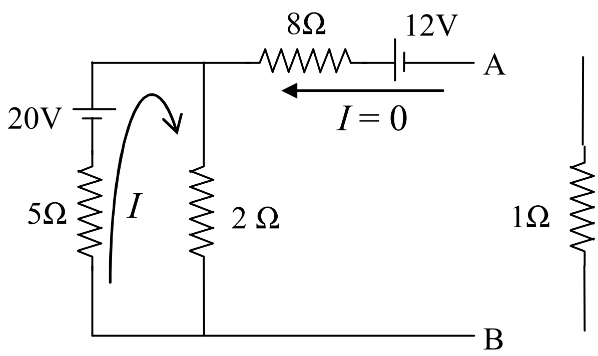
La capacitat per unitat de longitud serà:

$$c_l = \frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{b}{a}}$$

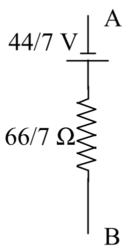
**2.** El motor del circuito de la figura consume 20W, de los cuales un 20% es por efecto Joule. Si la fuente ε genera una potencia de 100W, determina:
a) la potencia consumida en la resistencia de 10 Ω,
b) la fuerza electromotriz de la fuente ε y su rendimiento.
c) determina les características del motor: ε´, r´




**3.** Dado el circuito de la figura,
a) Calcula el equivalente de Thevenin del circuito entre los terminales A y B, indicando su polaridad.
b) Si entre dichos terminales se conecta una resistencia de 1, calcula la intensidad que circula a través de ella.
c) Tras añadir la resistencia de 1Ω, calcula la intensidad que circula por cada rama del circuito completo mediante el método de las mallas.

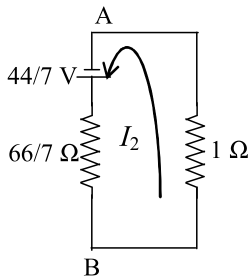



a) $I = \dfrac{20}{5+2} = \dfrac{20}{7} = 2{,}86\ \mathrm{A}$




$$\varepsilon_T = V_{AB} = \sum RI - \sum \varepsilon = 8\cdot 0 + 2\cdot\frac{20}{7} - 12 = \frac{-44}{7} = -6{,}29\ \mathrm{V}$$

$$R_T = R_{eq}^{AB} = \left(\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\right)^{-1} + 8 = \frac{10}{7} + 8 = \frac{66}{7} = 9{,}43\ \Omega$$



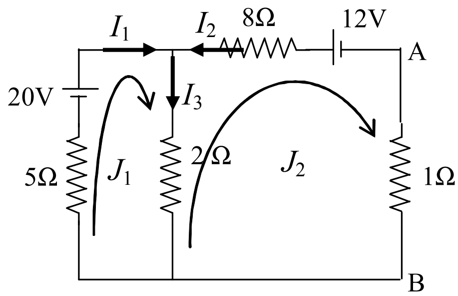

b) Utilizando el equivalente de Thevenin calculado en el apartado a)

$$I_2 = \frac{44/7}{66/7+1} = \frac{44}{73} = 0{,}60\ \mathrm{A}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 20 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

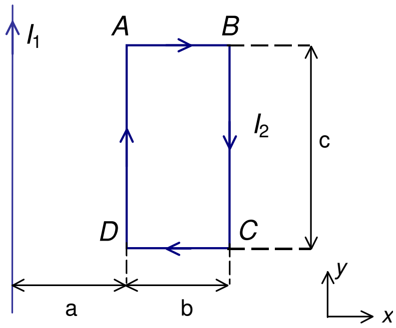
$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -2 \\ -12 & 11 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 11 \end{vmatrix}} = \frac{196}{73} = 2{,}67\ \mathrm{A}$$




$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 20 \\ -2 & -12 \end{vmatrix}}{73} = \frac{-44}{73} = -0{,}60\ \mathrm{A}$$

$I_1 = J_1 = \dfrac{196}{73} = 2{,}67\ \mathrm{A}$ $\qquad I_2 = -J_2 = \dfrac{44}{73} = 0{,}60\ \mathrm{A}$ $\qquad I_3 = I_1 + I_2 = \dfrac{240}{73} = 3{,}29\ \mathrm{A}$

4. Un conductor rectilíneo de longitud indefinida es recorrido por una intensidad $I_1$. Un rectángulo *ABCD*, cuyos lados *BC* y *DA* son paralelos al conductor rectilíneo, está en el mismo plano que el conductor, y es recorrido por $I_2$. Calcula:
a) La fuerza ejercida sobre los lados AB y BC del rectángulo por el campo magnético creado por el conductor rectilíneo.
b) Flujo del campo magnético a través del rectángulo.
c) Coeficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira.




a) El campo magnético que crea el hilo indefinido en el plano XY es:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}(-\vec{k}) \text{ T}$$

$$\vec{F}_{AB} = I_2 \int_{AB} (d\vec{l} \times \vec{B}_1) = I_2 \int_a^{a+b} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_1 \end{vmatrix} = I_2 \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} dx(-\vec{j}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\frac{a+b}{a}(-\vec{j}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_{BC} = I_2 \int_{BC} (d\vec{l} \times \vec{B}_1) = I_2 (\int_l d\vec{l}) \times \vec{B}_1 = I_2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & -B_1 \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 c}{2\pi(a+b)}(\vec{i}) \text{ N}$$

b)

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} c\,dx = \frac{\mu_0 I_1 c}{2\pi} \ln\frac{a+b}{a} \text{ (Wb)}$$

c)

$$\Phi = M I_1$$

$$M = \frac{\mu_0 c}{2\pi} \ln\frac{a+b}{a} (H)$$