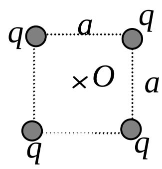
DEPARTAMENT DE FÍSICA APLICADA – FI. EXAMEN FINAL. F.F.I. **23 de junio de 2008**

Q1. Donades quatre càrregues puntuals de valor $q>0$ situades en els vèrtexs de un quadrat de costat a, calculeu el camp elèctric i el potencial electrostàtic en el centre del mateix (punt O de la figura).

Dadas cuatro cargas puntuales de valor $q>0$ situadas en los vértices de un cuadrado de lado a, calcular el campo eléctrico y el potencial electrostático en el centro del mismo (punto O de la figura).



En el centro del cuadrado **el campo eléctrico total creado por las cuatro cargas es cero** porque se anulan dos a dos los campos creados por las cargas situadas en vértices opuestos.

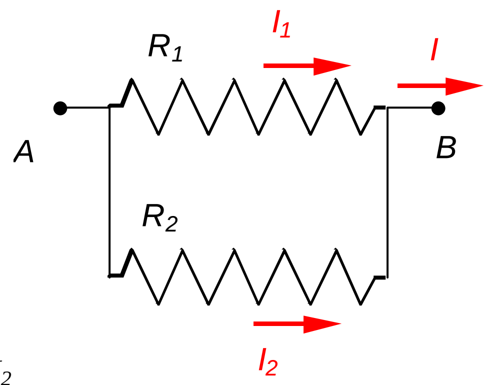
El potencial eléctrico en el centro es la suma de los potenciales creados por cada una de las cuatro cargas, que al ser iguales y de valor q será:

$$V_O = 4 * \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2\left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{2.q}{\sqrt{2}\ a\pi\varepsilon_0}\ \mathrm{V}$$

Q2. Deduïu l'expressió de la resistència equivalent d'un conjunt de resistències connectades en paral·lel.

Deducir la expresión de la resistencia equivalente de un conjunto de resistencias conectadas en paralelo.

En la asociación en paralelo, la diferencia de potencial es la misma en todas las resistencias, y en cambio, la intensidad es diferente como consecuencia de producirse una derivación, es decir, una separación de las cargas que fluyen por distintos caminos. Así la intensidad general, o intensidad en la entrada es la suma de las intensidades en cada rama:



$I = I_1 + I_2$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} = V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

En la resistencia equivalente entre A y B, R_{eq} tendremos que:

Asociación en paralelo

$I = \frac{V_{AB}}{R_{eq}}$ comparando las dos expresiones se deduce que:

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, y en general, para n resistencias: $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_1^n \frac{1}{R_i}$

Q3. Donat un conductor carregat en equilibri electrostàtic. Quant val el camp elèctric en l'interior del mateix? Quina direcció te el camp elèctric en un punt de la superfície del conductor? Quant val el camp elèctric en un punt pròxim a la superfície del conductor? Justifiqueu la resposta.

3. Dado un conductor cargado en equilibrio electrostático. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el interior del mismo? ¿Qué dirección tiene el campo eléctrico en un punto de la superficie del conductor? ¿Cuánto vale el campo eléctrico en un punto cercano a la superficie del conductor? Justificar la respuesta.

Q4. Donats dos condensadors, C_1 i C_2 de capacitat C, es connecten com s'indica en la figura. Calculeu:

a) la capacitat equivalent.

b) la càrrega de cada condensador i del conjunt si es connecta a una diferència de potencial V.

Una vegada aïllat el conjunt, es redueix la distància entre les armadures del primer condensador a la meitat, i s'introdueix un dielèctric de permitivitat relativa ε_r=2 en el segon condensador. Calculeu:

c) la nova capacitat equivalent.

d) la càrrega de cada condensador i la del conjunt.

Dados dos condensadores, C_1 y C_2 de capacidad C, se conectan como se indica en la figura. Calcular:

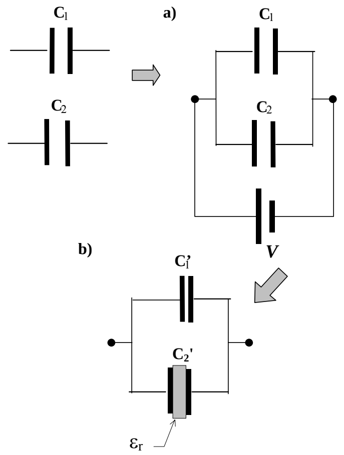
a) la capacidad equivalente.

b) la carga de cada condensador y del conjunto si se conecta a una diferencia de potencial V.

Una vez aislado el conjunto, se reduce la distancia entre las armaduras del primer condensador a la mitad, y se introduce un dieléctrico de permitividad relativa ε_r=2 en el segundo condensador. Calcular:

c) la nueva capacidad equivalente.

d) la carga de cada condensador y la del conjunto.



a) La capacidad equivalente de la asociación en paralelo es $C_{eq} = C_1 + C_2 = 2C$

b) Las cargas $Q_1 = CV$; $Q_2 = CV$; $Q_t = 2CV$

c) Suponiendo que se trata de condensadores plano-paralelos, la capacidad depende de la distancia d entre las armaduras y de la permitividad del medio entre ellas como

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

y por lo tanto las nuevas capacidades son $C'_1 = 2C$; $C'_2 = 2C$; $C'_t = 4C$

d) La carga total no ha variado por ser el sistema aislado (conservación de la carga), la nueva tensión entre las armaduras de cada condensador es

$$V' = \frac{Q_t}{4C} = V/2$$

luego la carga de cada condensador es $Q'_1 = Q'_2 = CV$

Q5. Un diode de silici està dopat amb una concentració de impureses aceptores de $4{,}6\cdot 10^{20}$ m^{-3} en la zona p, i una concentració de impureses donadores de $3{,}8\cdot 10^{20}$ m^{-3} en la zona n.

a) Determineu la concentració d'electrons i buits en les dues zones del diode.

b) Calculeu la diferència de potencial de contacte entre les dues zones del diode.

Un diodo de silicio está dopado con una concentración de impurezas aceptoras de $4{,}6\cdot 10^{20}$ m^{-3} en la zona p, y una concentración de impurezas donadores de $3{,}8\cdot 10^{20}$ m^{-3} en la zona n.

a) Determinar la concentración de electrones y huecos en ambas zonas del diodo.

b) Calcular la diferencia de potencial de contacto entre las dos zonas del diodo.

Càrrega de l'electró, e	$1{,}6\cdot 10^{-19}$ C
Constant de Boltzmann, k	$1{,}4\cdot 10^{-23}$ J/K
Potencial equivalent de temperatura a 300 K, V_T	25,85 mV
Concentració intrínseca del silici a 300 K, n_i	$1{,}5\cdot 10^{16}$ m^{-3}

a)Debido a que la concentración de impurezas es mucho más grande que la concentración intrínseca, en la zona n la concentración de electrones es aproximadamente igual a la concentración de impurezas donadoras:

$$n \approx 3{,}8\cdot 10^{20} \text{ electrones/m}^3$$

y aplicando la ley de acción de masas la concentración de huecos será,

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx 0{,}59 \cdot 10^{12} \text{ huecos/m}^3$$

en la zona p la concenración de huecos es aproximadamente igual a la concentración de impurezas aceptoras,

$$p \approx 4{,}6 \cdot 10^{20} \text{ huecos/m}^3$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 0{,}48 \cdot 10^{20} \text{ electrones/m}^3$$

b)

$$V_0 = V_{xn} - V_{xp} = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0{,}026 \cdot \ln \frac{4{,}6 \cdot 10^{20} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{20}}{1{,}5 \cdot 10^{16}} = 1{,}5 \text{ V}$$

Q1.- La corba característica d'un díode és la de la figura 1. Es connecta al circuit de la figura 2. Determineu els paràmetres característics del díode i la intensitat de corrent que circula per ell.

La curva característica de un diodo es la de la figura. Se conecta al circuito de la figura. Determinar los parámetros característicos del diodo y la intensidad de corriente que circula por él.

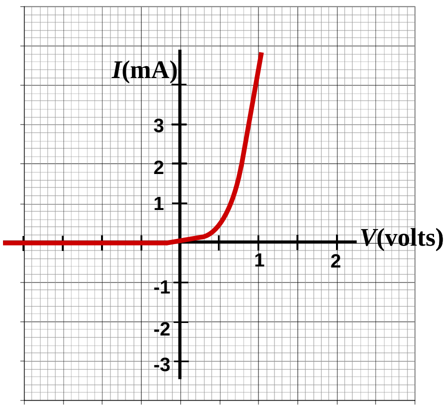


Figura 1

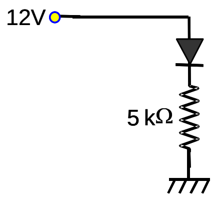


Figura 2

De la figura obtenemos los valores de la tensión umbral y la resistencia interna:

$$V_u \approx 0{,}6V$$

$$r_i = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1} \approx 150\Omega$$

La intensidad que circula por el diodo es: $I = \dfrac{12 - 0{,}6}{5{,}15} = 2{,}21 mA$

Q2.- Díode Zener: fonament físic, corba característica, paràmetres i circuit equivalent.

Diodo Zener: fundamento físico, curva característica, parámetros y circuito equivalente.

Pag. 10-16 a 10-18 del manual "Fundamentos Físicos de la Informática".

Q3.- La força magnètica sobre un element de corrent pel que circula una intensitat *I* és: $d\vec{f} = \left(d\vec{l} \times \vec{B}\right)I$. Deduïu l'expressió de la força sobre un conductor rectilini sotmès a l'acció d'un camp magnètic uniforme.

La fuerza magnética sobre un elemento de corriente por el que circula una intensidad I es: $d\vec{f} = \left(d\vec{l} \times \vec{B}\right)I$. Deducir la expresión de la fuerza sobre un conductor rectilíneo sometido a la acción de un campo magnético uniforme.

$$d\vec{F} = I(d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

Para calcular la fuerza sobre un conductor rectilíneo tendremos que integrar esta expresión,

$$\vec{F} = I \int_{\vec{\ell}_A}^{\vec{\ell}_B} \left(d\vec{\ell} \times \vec{B}\right)$$

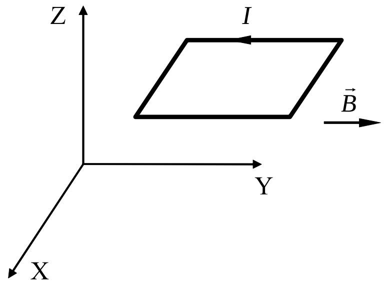
En el caso de corrientes en un campo magnético uniforme, el campo magnético puede salir fuera de la integral, de modo que esta expresión se reduce a,

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = I\left(\int_{\ell_A}^{\ell_B} d\vec{\ell}\right) \times \vec{B} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$

siendo $\vec{\ell}$ el vector que une el punto inicial de la corriente con el punto final

Q4.- Siga una espira paral·lela al pla *XY,* de superfície *S* i recorreguda per una intensitat de corrent *I* en el sentit assenyalat en la figura, situada en un camp magnètic $\vec{B} = B_0\vec{j}$. Trobeu el moment de les forces magnètiques $\vec{M}$ que actua sobre l'espira. Indiqueu si l'espira girarà, i si ho fa indicar el sentit.

Sea una espira paralela al plano *XY,* de superficie *S* y recorrida por una intensidad de corriente *I* en el sentido indicado en la figura, situada en un campo magnético $\vec{B} = B_0\vec{j}$. Hallar el momento de las fuerzas magnéticas $\vec{M}$ que actúa sobre la espira. Indicar si la espira girará, y si lo hace indicar el sentido.



Vector superficie normal al pla de l'espira en sentit assenyalat per la regla de la ma dreta i la intensitat de corrent:

$$\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B} = I\left(S\vec{k} \times B_0\vec{j}\right) = -ISB_0\vec{i}$$

gira en sentit antihorari.

Q5.- Què és la permeabilitat magnètica relativa d'un material? En la taula següent es donen valors per a diferents materials. Indiqueu quins són diamagnètics, paramagnètics i ferromagnètics.

¿Qué es la permeabilidad magnética relativa de un material? En la tabla siguiente se dan valores para diferentes materiales. Indicar cuales son diamagnéticos, paramagnéticos y ferromagnéticos.

Substància	μ_r	*Tipus de material*
Or	0.999964	Diamagnètic
Aigua	0.999991	Diamagnètic
Alumini	1.000021	Paramagnètic
Cobalt	250	ferromagnètic

μ_r permeabilitat magnètica relativa d'un material, relació entre el camp magnètic en l'interior del material i el camp magnètic en el buit

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

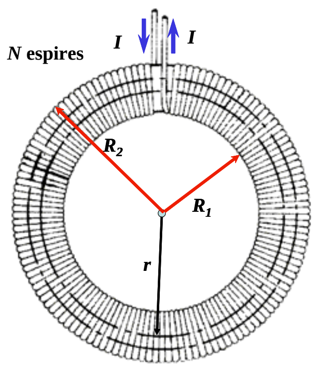
Q6.- Què és la imantació de saturació? Representeu una corba de primera imantació d'un material ferromagnètic i indica en ella la imantació de saturació. Expliqueu el seu significat físic utilitzant la teoria dels dominis.

¿Qué es la imantación de saturación? Representar una curva de primera imantación de un material ferromagnético e indica en ella la imantación de saturación. Explicar su significado físico utilizando la teoría de los dominios.

Párrafo ferromagnetismo de la sección 12.6, pág. 12-28 del libro de texto de la asignatura.
Puntuación: ¿Qué es la imantación de saturación? 0.3; Representa una curva de primera imantación de un material ferromagnético e indica en ella la imantación de saturación, 0.4; Explica su significado físico utilizando la teoría de los dominios, 0.3.

Q7.- Enuncieu el teorema d'Ampere. Apliqueu el T. d'Ampere al càlcul del camp magnètic produït per un solenoide toroïdal en $R_2>r>R_1$.

Enunciar el teorema de Ampere. Aplicar el T. de Ampere al cálculo del campo magnético producido por un solenoide toroidal en $R_2>r>R_1$.



T. d'Ampere: la circulació del camp magnètic al llarg d'una corba tancada és igual a la permeabilitat magnètica del buit per la suma algebraica de les intensitats de corrent interiors a la corba. El sentit de la circulació dona el signe a les intensitats: positiu si coincideixen en el de la regla de la ma dreta i negatiu el contrari.

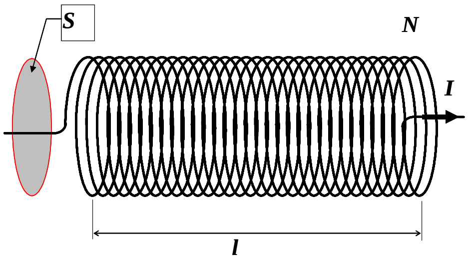
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

Per simetria tots els punts situats en r tenen el mateix valor de B. Com que les línies de camp han de ser tancades, una circumferència de radi r serà línia de camp:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_C B\cdot dl = B\oint_C dl = B\cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I = \mu_0 NI \rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

Q8.- En un solenoide recte que està format per N espires de superfície S, i de longitud l molt major que el ràdio de les espires, sabem que el camp magnètic es pot considerar uniforme de valor $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ en l'interior i nul en l'exterior. Si la densitat d'energia en el camp magnètic és $\omega_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$, determineu l'energia emmagatzemada en aquesta bobina quan circula una intensitat de corrent I, i el coeficient d'autoinducció de la bobina.

En un solenoide recto que está formado por N espiras de superficie S, y de longitud l mucho mayor que el radio de las espiras, sabemos que el campo magnético se puede considerar uniforme de valor $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ en el interior y nulo en el exterior. Si la densidad de energía en el campo magnético es $\omega_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$, determinar la energía almacenada en esa bobina cuando circula una intensidad de corriente I, y el coeficiente de autoinducción de la bobina.



Tema 13, páginas 13-19 a 13-20 del manual "Fundamentos Físicos de la Informática"

Q9.- Un dipol format per un conductor de resistència 100Ω i un condensador produeixen un desfasament entre la diferència de potencial i la intensitat de corrent de $-\pi/4$ radians. Si la intensitat que circula és $i(t)=2\cos(1000t+\pi/2)$A, determineu la capacitat del condensador i l'expressió del valor instantani de la diferència de potencial.

Un dipolo formado por un conductor de resistencia 100Ω y un condensador producen un desfase entre la diferencia de potencial y la intensidad de corriente de $-\pi/4$ radianes. Si la intensidad que circula es $i(t)=2\cos(1000t+\pi/2)$A, determinar la capacidad del condensador y la expresión del valor instantáneo de la diferencia de potencial.

Determinación de la capacidad del condensador C, 0.5.

$$\tan\varphi = \frac{-\frac{1}{C\omega}}{R} = \tan(-\pi/4) = \frac{-\frac{1}{C1000}}{100} = -1$$

$$C = 10\mu F$$

Expresión del valor instantáneo de la diferencia de potencial u(t), 0.5.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\Omega$$

$$U_m = I_m Z = 2\cdot 100\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\text{V}$$

$$u(t) = 200\sqrt{2}\cos(1000\text{t} + \pi/2 - \pi/4) = 200\sqrt{2}\cos(1000\text{t} + \pi/4)\text{V}$$

Q10.- En el funcionament de la fibra òptica juga un paper fonamental la refracció. Definiu l'índex de refracció d'un material, indiqueu en quines condicions es produeix la reflexió total (angle crític), i quines característiques ha de tindre l'índex de refracció d'una fibra òptica.

En el funcionamiento de la fibra óptica juega un papel fundamental la refracción. Definir el índice de refracción de un material, indicar en qué condiciones se produce la reflexión total (ángulo crítico), y qué características debe tener el índice de refracción de una fibra óptica.

a) Definición de índice de refracción, 0.4.

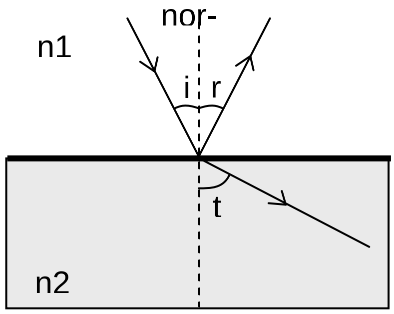
Un medio se caracteriza por el índice de refracción n, que se define como:

$$\boxed{n = \frac{c}{v}}$$

siendo c la velocidad de la luz en el vacío ($3\text{x}10^8$ m/s) y v la velocidad de la luz en el medio. La velocidad de la luz en un medio es siempre menor que la velocidad de la luz en el vacío ($3\text{x}10^8$ m/s), por lo que siempre $\boxed{n > 1}$.

b) Indicar en qué condiciones se produce la reflexión total (ángulo crítico), 0.4.

Cuando la luz incide sobre la superficie de separación de dos medios con índice de refracción distintos, parte de la energía se refleja y parte se transmite al segundo medio, tal y como se muestra en la figura. En la figura se presenta el caso en el que un rayo en el medio n_1 incide en la superficie de separación con el medio $n_2 < n_1$:



La Ley de la refracción, o ley de Snell indica que:

$$\boxed{n_1\, sen\, i = n_2\, sen\, t}$$

por lo tanto si $n_1 > n_2$, entonces t>i, cuando t llegue a 90º se producirá la reflexión total, por lo que podemos calcular el ángulo crítico de la siguiente forma:

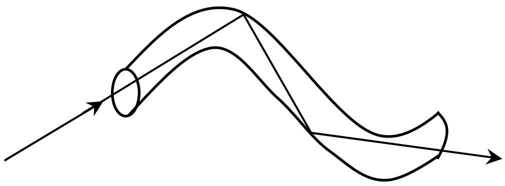
$$\frac{n_1}{n_2} = \lim_{t\to 90^{\circ}} \frac{sen\, t}{sen\, i_c} = \frac{1}{sen\, i_c}$$

$$i_c = arcsen\frac{n_2}{n_1}$$

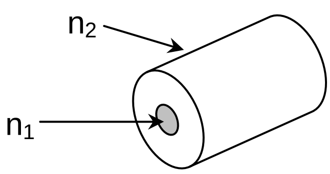
Así pues, cuando n1>n2, cualquier rayo que incida con un ángulo $i > i_c$ será reflejado en su totalidad.

c) Qué características debe tener el índice de refracción de una fibra óptica, 0.2.

La luz se propaga a través de la fibra óptica gracias a múltiples reflexiones en su interior.



Para conseguir largas distancias de transmisión, se desea minimizar la atenuación de los haces de luz, por lo que las fibras ópticas se diseñan de tal forma que se de el fenómeno de reflexión total. Para ello, el núcleo del la fibra óptica, con índice de refracción n_1 está rodeado de una cubierta con índice de refracción $n_2 < n_1$.



DFA – FI. 2on EXAMEN PARCIAL. PROBLEMES. F.F.I.	23 de juny de 2008

DEPARTAMENT DE FÍSICA APLICADA - FI EXAMEN FINAL. PROBLEMES. F.F.I.	23 de junio de 2008

1. Siga un cilindre de longitud infinita i radi R carregat amb densitat volumètrica de càrrega constant ρ. Calculeu:

a) Camp elèctric en l'interior i en l'exterior del cilindre ($r<R$ i $r>R$).

b) Diferència de potencial entre l'eix del cilindre i la seua superfície (V_0 - V_R).

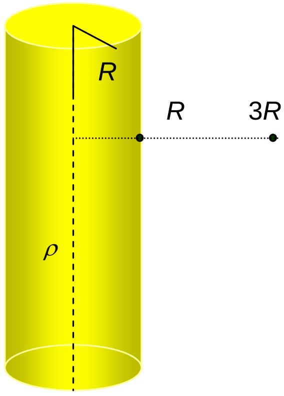
c) Treball realitzat per les forces elèctriques per a portar una càrrega positiva q des de la superfície a una distància $3R$ de l'eix (W_R - W_{3R}).

Sea un cilindro de longitud infinita y radio R cargado con densidad volumétrica de carga constante ρ. Calcular:

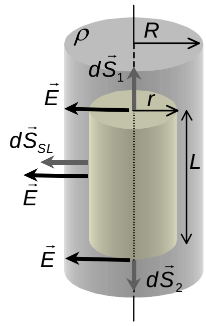
a) Campo eléctrico en el interior y en el exterior del cilindro ($r<R$ y $r>R$).

b) Diferencia de potencial entre el eje del cilindro y su superficie (V_0-V_R).

c) Trabajo realizado por las fuerzas eléctricas para llevar una carga positiva q desde la superficie a una distancia $3R$ del eje (W_R - W_{3R}).



a) Al tratarse de un cilindro indefinido, se puede resolver este problema mediante el teorema de Gauss. Dada la simetría del problema, el módulo del campo eléctrico solo depende de la distancia r al eje del cilindro, y además, la dirección del campo eléctrico debe ser radial. Por tanto, podemos utilizar como superficie de Gauss un cilindro de longitud L y radio r, coaxial al cilindro cargado.

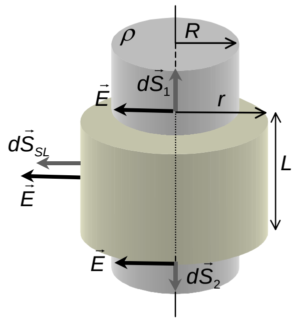


r < R:

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E}\cdot d\vec{S} = E2\pi rL = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\pi r^2 L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \quad \text{(N/C)}$$

r > R:

De nuevo, tomamos como superficie de Gauss un cilindro de radio r y longitud L. En este caso al ser r más grande que R, la superficie de Gauss se sitúa fuera del cilindro cargado, tal y como indica la figura.



$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E}\cdot d\vec{S} = E2\pi rL = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\pi R^2 L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} \quad \text{(N/C)}$$

b) La diferencia de potencial entre los puntos 0 y R es,

$$V_0 - V_R = -\int_R^0 \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_0^R E\,dr = \int_0^R \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\int_0^R r\,dr = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\frac{r^2}{2}\Big|_0^R = \frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0} \quad \text{(V)}$$

c)

$$W_R - W_{3R} = q(V_R - V_{3R}) = q\int_R^{3R} E\,dr = q\int_R^{3R}\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}dr = \frac{q\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln r\Big|_0^R = \frac{q\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln 3 \quad \text{(J)}$$

2.a) Donada la xarxa de la figura 1 determineu la intensitat de corrent que circula per la resistència de 5 kΩ situada entre *A* i *B*.
b) Donada la xarxa de la figura 2 calculeu la intensitat de corrent que circula pel diode connectat entre *A* i *B*.

a) Dada la red de la figura 1 determinar la intensidad de corriente que circula por la resistencia de 5 kΩ situada entre *A* y *B*.
b) Dada la red de la figura 2 calcular la intensidad de corriente que circula por el diodo conectado entre *A* y *B*.

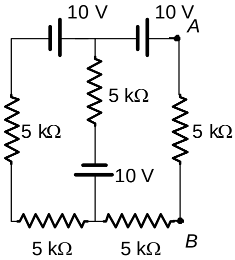


Figura 1

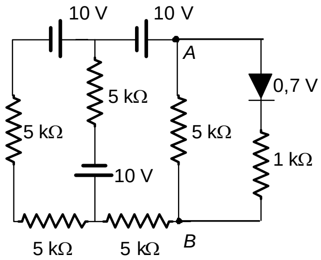
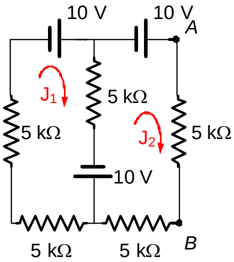


Figura 2

a) Calculamos la intensidad por la rama de 5kΩ, aplicando el método matricial de las mallas

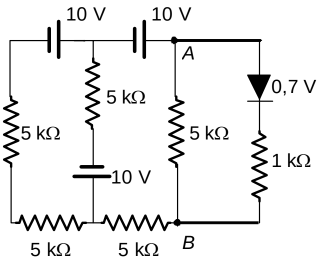
$$\begin{pmatrix} 20 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$



$$I = J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 15 & 20 \\ -5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{100}{225-25} = \frac{100}{200} = 0{,}5mA$$

b) Para hallar la intensidad por la rama del diodo, haremos uso del Teorema de Thevenin que nos permite sustituir todo el circuito de la figura 1 entre los puntos AyB por un generador de fem $\varepsilon_T = V_A - V_B$ y una resistencia en serie R_T= R equivalente entre A y B

$$\varepsilon_T = V_{AB} = 5.I = 2{,}5V$$



$$R_T = R_{AB} \;;$$

1º) 5k en serie con 5k de la rama de la izquierda de la fig 1 nos da 10 k.

2º) 10k está en paralelo con 5k de la rama del medio: $R_2 = \frac{10*5}{10+5} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}$

3º) 10/3 está en serie con los 5 k de la rama de abajo: 10/3 + 5 = 25/3

4º) Finalmente, 25/3 está en paralelo con 5k de la rama entre Ay B: $R_{AB} = \dfrac{\frac{25}{3}*5}{\frac{25}{3}+5} = \dfrac{125}{40} = \dfrac{25}{8} = 3{,}125k\Omega$

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{2.5-0.7}{3.125+1} = \frac{1{,}8}{4{,}125} = 0.436mA$$

P1.- Una espira rectangular està sotmesa a l'acció del camp magnètic d'un conductor rectilini indefinit, situat en el mateix pla i tal com mostra en la figura 1, pel qual circula un corrent *I* en el sentit indicat. Un dels braços de l'espira es desplaça paral·lel a si mateix amb velocitat constant *v*, augmentant la superfície de l'espira. Determineu:

a) el flux magnètic a través de l'espira
b) la força electromotriu induïda
c) la intensitat de corrent induïda, amb el seu sentit, si la resistència de l'espira és *R*
d) la força magnètica sobre el costat mòbil

A continuació se situa un segon conductor paral·lel al primer i en el mateix pla, tal com es mostra en la figura 2. Determineu:

e) l'expressió del camp magnètic en els punts de l'espira en funció de la distància al primer conductor.
f) Flux magnètic a través de l'espira

Una espira rectangular está sometida a la acción del campo magnético de un conductor rectilíneo indefinido, situado en el mismo plano y tal como muestra el dibujo 1, por el que circula una corriente *I* en el sentido indicado. Uno de los brazos de la espira se desplaza paralelo a si mismo con velocidad constante *v*, aumentando la superficie de la espira. Determinar:

a) el flujo magnético a través de la espira
b) la fuerza electromotriz inducida
c) la intensidad de corriente inducida, con su sentido, si la resistencia de la espira es *R*
d) la fuerza magnética sobre el lado móvil

A continuación se sitúa un segundo conductor paralelo al primero y en el mismo plano, tal como se muestra en el dibujo 2. Determinar:

e) la expresión del campo magnético en los puntos de la espira en función de la distancia al primer conductor.
f) Flujo magnético a través de la espira

Figura 1

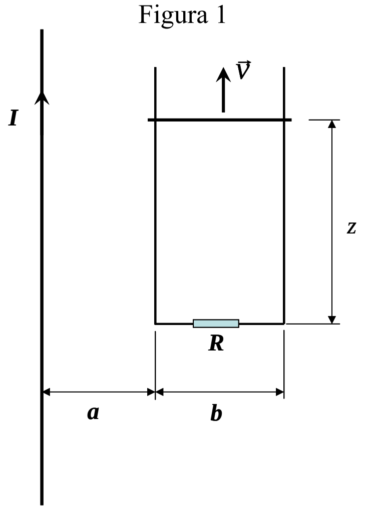
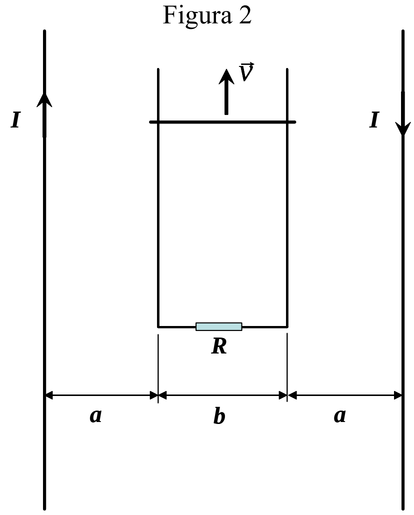


Figura 2



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

a)

$$\Phi = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi} z \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} z \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

b)

$$|\varepsilon_i| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)\frac{dz}{dt} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

c)

$$i = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

El flujo aumenta. Para que el campo producido por la corriente inducida se oponga al aumento la corriente inducida debe tener sentido antihorario.

d) (dibujo con fuerza sobre elemento de corriente)

$$d\vec{f} = i\left(d\vec{r} \times \vec{B}\right)$$

$$df = \frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right) dr \, \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$F = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2 \frac{v}{R} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right) \int_a^{a+b} \frac{dr}{r} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2 \frac{v}{R} \left(\ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)\right)^2$$

El sentido de la fuerza, de frenado, opuesto a la velocidad

e) En la región del espacio que ocupa la espira el campo producido por los dos conductores es normal al plano de la espira y en el mismo sentido

$$B' = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(2a + b - r)}$$

f)

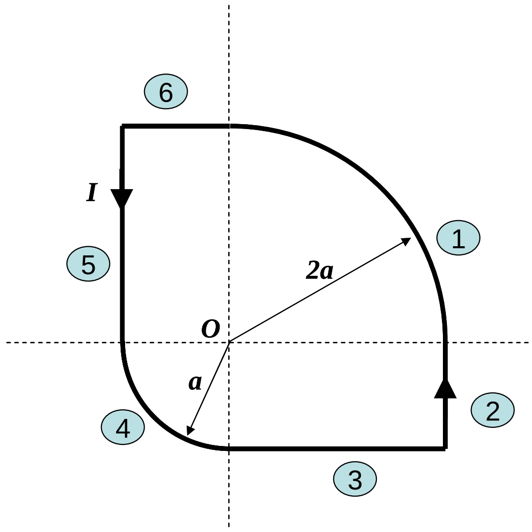
$$\Phi' = 2\Phi = \frac{\mu_0 I}{\pi} z \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

P2.- Una espira plana està formada per dos trams corbs de radis *a* i *2a* i quatre trams rectes de longituds *a* i *2a* disposats com s'indica en el dibuix. Per ella circula una intensitat de corrent I en el sentit indicat. Determineu:

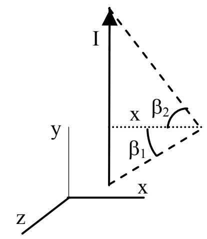
a) el camp magnètic generat per cada un dels sis trams en el punt O, central de l'espira, i el camp magnètic total.
b) el flux magnètic a través d'una espira circular de centre en O, situada en el mateix plànol de la primera espira, i de radi *b* (*b*<<*a*)
c) el coeficient d'inducció mútua entre les dues espires.

Una espira plana está formada por dos tramos curvos de radios *a* y *2a* y cuatro tramos rectos de longitudes *a* y *2a* dispuestos como se indica en el dibujo. Por ella circula una intensidad de corriente I en el sentido indicado. Determinar:

a) el campo magnético generado por cada uno de los seis tramos en el punto O, central de la espira, y el campo magnético total.
b) el flujo magnético a través de una espira circular de centro en O, situada en el mismo plano de la primera espira, y de radio *b* (*b*<<*a*).
c) el coeficiente de inducción mutua entre las dos espiras.

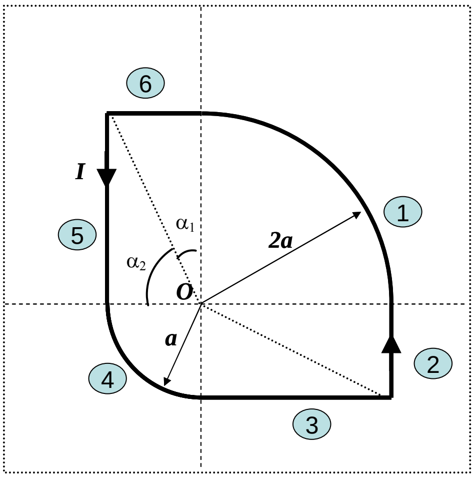


a) El camp magnètic creat per un tram rectilini de conductor, tal com es mostra en la figura, té l'expressió:



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}\left(\sin\beta_2 - \sin\beta_1\right)\left(-\vec{k}\right)$$

(l'expressió en mòdul està present en el formulari de l'examen i la seua demostració la teniu a la bien la bibliògrafa i s'ha estudiat a classe)
Caldrà utilitzar correctament l'expressió, tenint en compte el significat de cada magnitud.



Per aplicació de la llei de Biot i Savart, tots els camps magnètics generats al punt O són perpendiculars al paper i sentit "cap a fora" . Si anomenem eix Z, al eix perpendicular al paper y sentit positiu "cap a fora", tindrem:

aplicant l'equació comentada abans i calculant per trigonometria el sin α_1:

$$\sin\alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{B}_6 = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a}\left(\sin\alpha_1 - \sin 0\right)\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{8\pi a}\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}$$

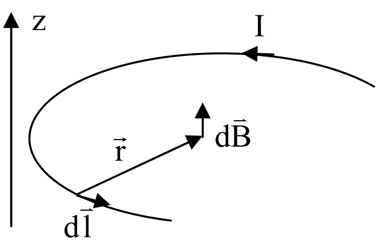
Com

$$\sin(-\alpha_2) = -\sin\alpha_2 = -\frac{2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin 0 - \sin\alpha_2\right)\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{k}$$

Per simetria $\vec{B}_2 = \vec{B}_6$ y $\vec{B}_3 = \vec{B}_5$, amb la qual cosa ja hem calculat el camp creat per cadascú dels trams rectilinis.

El camp creat per un arc de circumferència en el centre de curvatura és:



Aplicant Biot i Savart:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_L \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}\vec{k} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} I \oint_L dl\, \cancelto{1}{\sin(\pi/2)}\vec{k} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} IL\vec{k}$$

Aplicant l'equació anterior al nostre problema i tenint en compte que en el nostre cas la longitud L és un quart de circumferència:

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}\frac{2\pi a}{4}\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{8a}\vec{k} \qquad \text{i} \qquad \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi (2a)^2}\frac{2\pi 2a}{4}\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{16a}\vec{k}$$

Els dos últims valors, també els podíem haver calculat a partir de l'expressió del camp magnètic creat per una espira circular en un punt del seu eix, que teniu al formulari. Cal tenint en compte que en aquest cas α=90º (sinα=1) i que es tracta d'un quart de circumferència.

El camp magnètic total serà la suma de tots el camp magnètics calculats, obtenint:

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_4+2\vec{B}_2+2\vec{B}_3=\left(\frac{\mu_0 I}{16a}+\frac{\mu_0 I}{8a}+2\frac{\mu_0 I}{8\pi a}\frac{1}{\sqrt{5}}+2\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\vec{k}=\frac{\mu_0 I}{a}\left(\frac{3}{16}+\frac{5}{4\pi\sqrt{5}}\right)\vec{k}$$

b) En ser b<<a, podem suposar que el camp magnètic que travessa l'espira, amés de perpendicular a l'espira, és uniform:

$$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_S B\cdot ds=B\int_S ds=B\cdot S=\frac{\mu_0 I}{a}\left(\frac{2}{4\pi\sqrt{5}}\frac{5}{2}+\frac{3}{16}\right)\pi b^2$$

c) Tenint en compte que el coeficient d'inducció mútua és la relació inversa entre la intensitat que circula per un circuit i el flux que travessa l'altre circuit degut a aquesta intensitat, considerant el flux calculat a l'apartat anterior:

$$M=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0}{a}\left(\frac{2}{4\pi\sqrt{5}}\frac{5}{2}+\frac{3}{16}\right)\pi b^2$$