Ejercicio de FFI

1ª Parte

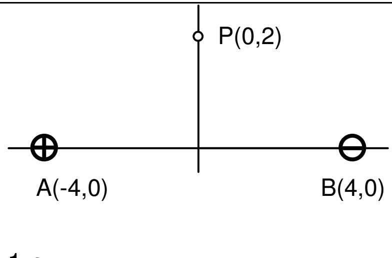
Septiembre 2009 - Curso 2008/09

Dpto. Física Aplicada

Nombre y apellidos:

1. Dues càrregues puntuals de +1C i -2C es troben situades als punts A i B respectivament, tal com es mostra en la figura, amb el valors expressats en metres. Calcula:
a) El camp elèctric al punt P
b) El potencial elèctric al punt P

1. Dos cargas puntuales de +1C y -2C se encuentran situadas en los puntos A y B respectivamente, tal como muestra la figura, con los valores expresados en metros. Calcula:
a) El campo eléctrico en el punto P
b) El potencial eléctrico en el punto P



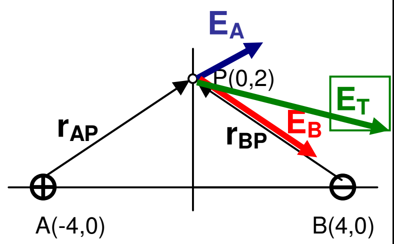
1 p

a)

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{AP} + \vec{E}_{BP} = k\left(\frac{q_A}{r_A^2}\vec{u}_{AP} + \frac{q_B}{r_B^2}\vec{u}_{BP}\right) =$$

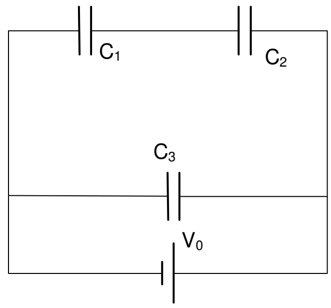
$$= 9.10^9\left(\frac{1}{20}(4\vec{i} + 2\vec{j}) + \left(\frac{-2}{20}(-4\vec{i} + 2\vec{j}\right)\right) = 4{,}5.10^8(12\vec{i} - 2\vec{j})(\mathrm{N/C})$$

b) $V_P = V_{AP} + V_{BP} = k\left(\frac{q_A}{r_A} + \frac{q_B}{r_B}\right) = 9.10^9\left(\frac{1}{\sqrt{20}} + \frac{-2}{\sqrt{20}}\right) = -9.10^9\,\mathrm{V}$



2. La figura mostra 3 condensadors iguals de capacitat 3*C*, connectats a una diferència de potencial V_0
a) Troba la càrrega en cada condensador.
b) <u>Sense retirar la font de tensió</u>, s'introdueix un dielèctric de permitivitat relativa 4 en el condensador C_2. Troba la càrrega en cada condensador després d'introduir el dielèctric.

2. La figura muestra 3 condensadores de capacidad 3*C*, conectados a una diferencia de potencial V_0
a) Halla la carga en cada condensador.
b) <u>Tras retirar la fuente de tensión</u> se introduce un dieléctrico de permitividad relativa 4 en el condensador C_2. Halla la carga en cada condensador después de introducir el dieléctrico.



1p

a) C_1 y C_2 están en serie, tienen la misma carga e igual a la carga del condensador equivalente $C_{1,2}$

$$C_{1,2} = \left(\frac{1}{3C} + \frac{1}{3C}\right)^{-1} = \frac{3C}{2}; \quad Q_{1,2} = \underline{\underline{Q_1}} = \underline{\underline{Q_2}} = C_{1,2}.V_0 = \underline{\underline{\frac{3CV_0}{2}}}$$

$$\underline{\underline{Q_3}} = C_3.V_0 = \underline{\underline{3CV_0}}$$

b) $C_2' = 4.3C = 12C$; La carga total del sistema permanece, la ddp cambia a V'

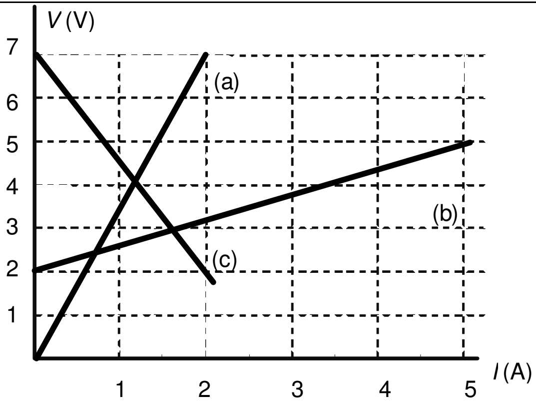
$$Q_T = Q_{1,2} + Q_3 = \left(\frac{3}{2} + 3\right)CV_0 = \frac{9}{2}CV_0$$

$$C_{1,2}' = \left(\frac{1}{3C} + \frac{1}{12C}\right)^{-1} = \frac{12C}{5}; \quad C_{eq}' = \frac{12C}{5} + 3C = \frac{27C}{5}; \qquad V' = \frac{Q_T}{C_{eq}'} = \frac{\frac{9}{2}CV_0}{\frac{27}{5}C} = \frac{5}{6}V_0$$

$$Q'_{1,2} = \underline{\underline{Q_1'}} = \underline{\underline{Q'_2}} = C'_{1,2}.V' = \underline{\underline{\frac{12C.5V_0}{5.6} = 2CV_0}}$$

$$\underline{\underline{Q'_3}} = C_3.V' = \underline{\underline{3C\frac{5}{6}V_0 = \frac{5}{2}CV_0}}$$

3. Define capacidad eléctrica de un conductor aislado. 1 p	3. 1 p
La capacidad de un conductor aislado se define como el cociente entre la carga Q del conductor y el potencial electrostático del mismo conductor. C=Q/V	

4. En la figura se representan las curvas caracteresticas tensión-intensidad de diferentes elementos de un circuito de cc. Identifica cada una de ellas con el elemento a que corresponde y calcula el valor de sus parámetros. 1 p	4. En la figura es representen les corbes característiques tensió-intensitat de diferents elements d'un circuit de cc. Identifica cadascuna d'elles amb l'element a què es correspon i calcula el valor dels seus paràmetres. 1 p
	a) Resistencia, R= 7/2 =3,5Ω b) Receptor: ε'=2V, r'=3/5 Ω c) Generador: ε=7V, r=5/2 Ω

5. Un semiconductor extrínsec tipus *n* està format per silici amb un dopat de $4\cdot10^{17}$ àtoms d'arsènic/cm^3. Tenint en compte que la concentració intrínseca del silici a 300 K és $n_i = 1{,}5\cdot10^{10}$ cm^{-3} , quina és la concentració de buits i d'electrons en aquest semiconductor a 300 K? 1 p	5. Un semiconductor extrínseco tipo *n* está formado por silicio con un dopado de $4\cdot10^{17}$ átomos de arsénico/cm^3. Teniendo en cuenta que la concentración intrínseca del silicio a 300 K es n_i=$1{,}5\cdot10^{10}$ cm^{-3} ¿Cuál es la concentración de huecos y de electrones en dicho semiconductor a 300 K?

Como $N_D >>> n_i$, entonces $n \sim N_D = 4\cdot10^{17}$ cm^{-3}

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{2{,}25\cdot10^{20}}{4\cdot10^{17}} = 560 \quad huecos/cm^3$$

6. Tenim un cilindre conductor buit, de radis interior i exterior, R_1 i R_2 respectivament, i de longitud molt gran comparada amb el seu radi (pot suposar-se de longitud infinita), carregat amb densitat superficial de càrrega positiva σ. Calcula, raonant-ne la resposta: a) El valor del camp elèctric en les diferents zones de l'espai en funció de la distància a l'eix del cilindre (r), és a dir, quan $r \le R_1$; $R_1 \le r \le R_2$, i $r \ge R_2$ b) La diferència de potencial entre l'eix del cilindre i un punt situat a una distància $4R_2$ d'aquest eix. 2,5 p	6. Sea un cilindro conductor hueco de radios interior y exterior R_1 y R_2 respectivamente, y de longitud muy grande comparada con su radio (puede suponerse de longitud infinita), cargado con densidad superficial de carga σ positiva. Calcula, razonadamente, a) El valor del campo eléctrico en las distintas zonas del espacio en función de la distancia al eje del cilindro (r), es decir, cuando $r \le R_1$; $R_1 \le r \le R_2$, y $r \ge R_2$ b) La diferencia de potencial entre el eje del cilindro y un punto situado a una distancia $4R_2$ de dicho eje.

a) La carga del cilindro se reparte sobre la superficie exterior, de radio R_2 . Sea r la distancia de un punto al eje del cilindro:

Como en el hueco interior no hay carga: para $r \le R_1$ $E = 0$ V/m

Como en el interior de un conductor en equilibrio el campo eléctrico es nulo: para $R_1 \le r \le R_2$ $E = 0$ V/m

Para calcular el campo eléctrico en el exterior del conductor ($r > R_2$) , aplicamos el teorema de Gauss:

Consideremos una superficie gaussiana cilíndrica, coaxial al conductor, de radio r y longitud L. El campo eléctrico en los puntos de la superficie lateral será perpendicular a la superficie, y de igual módulo en toda ella. En las dos caras circulares del cilindro, el campo eléctrico es paralelo a la cara, por lo que el flujo eléctrico a través de dichas caras se anulará.

Así pues, el flujo eléctrico a través de la superficie cilíndrica considerada será:

$$\phi = \int_{S.L.} \vec{E} d\vec{s} = \int_{S.L.} E ds = E \int_{S.L.} ds = E \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L$$

La carga eléctrica encerrada en dicho cilindro será la existente en la superficie exterior del cilindro conductor: $Q_{enc} = \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot L$

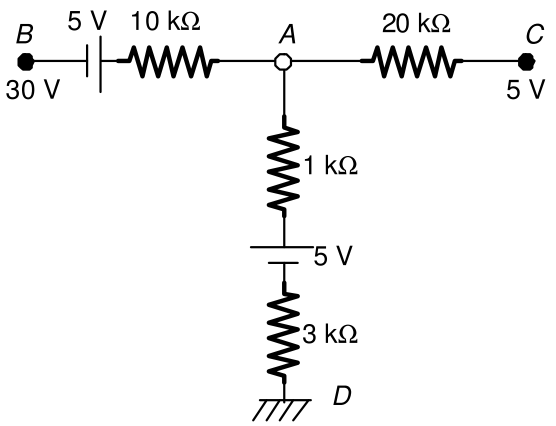
Aplicando Gauss para $r > R_2$:

$$E \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L = \frac{\sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma \cdot R_2}{\varepsilon_0 \cdot r}$$

b) La d.d.p. entre el eje del cilindro y un punto situado a $4R_2$ del eje, será:

$$V_0 - V_{2R_2} = \int_0^{4R_2} \vec{E} d\vec{r} = \int_0^{R_2} \vec{E} d\vec{r} + \int_{R_2}^{4R_2} \vec{E} d\vec{r} = 0 + \int_{R_2}^{4R_2} \frac{\sigma \cdot R_2}{\varepsilon_0 \cdot r} dr = \frac{\sigma \cdot R_2}{\varepsilon_0} \ln 4$$

7. Donat el circuit de la figura, calcula: a) Les intensitats que circulen per cadascuna de les branques. b) La resistència equivalent entre A i B. c) El generador equivalent de Thèvenin entre A i B, i la intensitat de corrent que circularia per una resistència de 5 kΩ si la connectàrem entre A i B. 2,5 p	7. Dado el circuito de la figura, calcula: a) Las intensidades que circulan por cada una de las ramas. b) La resistencia equivalente entre A y B. c) El generador equivalente de Thevenin entre A y B, y la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de 5 kΩ que conectásemos entre A y B.



a)

Utilitzarem les dues lleis de Kirchhoff per resoldre el circuit. En primer lloc, fixarem un sentit a les intensitats de branca i les anomenarem, tal com mostra la figura:

La llei dels nusos, aplicada al nus A: $I_1 = I_2 + I_3$ (1)

Aplicarem la segona llei als recorreguts: BADB i CADC.

En el primer cas, la tensió de 30 V de l'esquerra del circuit serà:

$$30 = -5 + 10I_1 + I_2 + 5 + 3I_2 = 10I_1 + 4I_2 \quad (2)$$

I la tensió de 5 V de la dreta del circuit serà:

$$5 = -20I_3 + I_2 + 5 + 3I_2 \rightarrow 0 = -20I_3 + 4I_2 \quad (3)$$

Obtenim, per tant, tres equacions amb tres incògnites:

D'(1) sabem que $I_3 = I_1 - I_2$. Substituint el valor de I_3 en (3):

$$0 = -20I_3 + 4I_2 = -20I_1 + 24I_2 \quad (4)$$

Multiplicant per 2 l'equació (2): $60 = 20I_1 + 8I_2$ (5)

I sumant les dues equacions (4)+(5): $60 = 0 + 32I_2 \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{60}{32} = 1{,}875\text{mA}$

Substituint en (4): $0 = -20I_1 + 24x1{,}875 \quad \rightarrow \quad I_1 = 2{,}25\text{mA}$

De l'equació (1), tenim: $I_3 = I_1 - I_2 = 2{,}25 - 1{,}875 = 0{,}375\text{mA}$

Les unitats són mA, ja que estem operant amb Volts i KΩ.

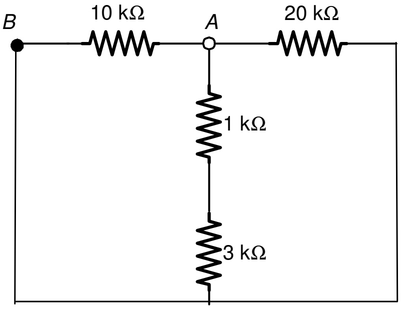
També es podria haver resolt a partir del mètode de les malles, tenint en compte que les tensions de 30 V i 5 V es poden substituir per fonts de tensió ideals equivalents. Llavors, tindríem dues malles. Anomenant (1) la malla de l'esquerra i (2) la de la dreta, i adoptant el sentit horari per les intensitats de malla, l'equació resultant seria:

$$\begin{pmatrix} 14 & -4 \\ -4 & 24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Llavors:

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 30 & -4 \\ 0 & 24 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 14 & -4 \\ -4 & 24 \end{vmatrix}} = \frac{30x24}{14x24-4x4} = \frac{720}{320} = 2{,}25\text{mA} = I_1 \\ J_2 &= \frac{\begin{vmatrix} 14 & 30 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 14 & -4 \\ -4 & 24 \end{vmatrix}} = \frac{30x4}{14x24-4x4} = \frac{120}{320} = 0{,}375\text{mA} = I_3 \end{aligned}\right\} \rightarrow I_2 = J_1 - J_2 = 1{,}875\text{mA}$$

b) Si eliminem del circuit les font de tensió, ens queda el circuit de la figura:



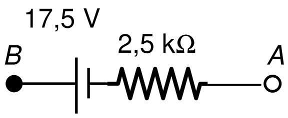
En calcular la resistència equivalent entre A i B, ens trobem que:
- Les resistències d'1 i 3 kΩ estan en sèrie i, per tant, la seua resistència equivalent és de 4 kΩ.
- Aquesta resistència es troba en paral·lel amb la resistència de 10 kΩ i la de 20 kΩ; per tant, la resistència equivalent total serà:

$$R_e = \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{20}+\frac{1}{20}+\frac{5}{20}\right)^{-1} = \left(\frac{8}{20}\right)^{-1} = \frac{20}{8} = 2{,}5\text{k}\Omega$$

c) Coneguda la resistència equivalent entre A i B, per conèixer el generador equivalent entre aquests punts, ens cal calcular el valor de la diferència de potencial existent entre ells.
Com I_1=2,25 mA, aleshores:

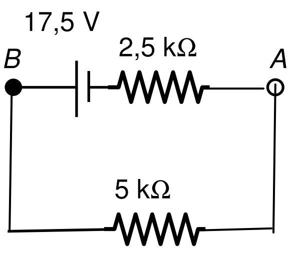
$$V_B - V_A = -5 + 10I_1 = -5 + 10x2{,}25 = 17{,}5\text{ V}$$

que serà el valor de la tensió del generador equivalent de Thèvenin (ε_T), on cal tenir en compte que la polaritat positiva està al punt B.
Llavors, el generador equivalent Thèvenin, entre les punts A i B, és el de la figura:



L'equivalent de Thèvenin calculat es comporta, entre els terminal A i B, igual que tot el circuit que estem estudiant. Llavors, en connectar una resistència de 5 kΩ entre el punts A i B del circuit, a efectes de càlcul, la intensitat que passarà per aquesta resistència la podrem calcular substituint el circuit pel seu equivalent, amb la qual cosa facilitem els càlculs:

El circuit que cal analitzar és el següent:



La intensitat anirà en sentit antihorari i el seu valor serà:

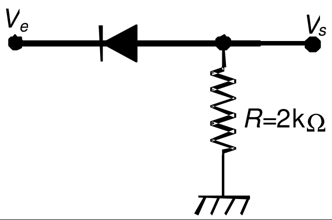
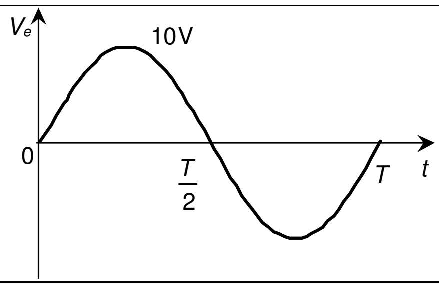
$$I = \frac{17{,}5}{5+2{,}5} = 2{,}3\widehat{3}\ \text{ mA}$$

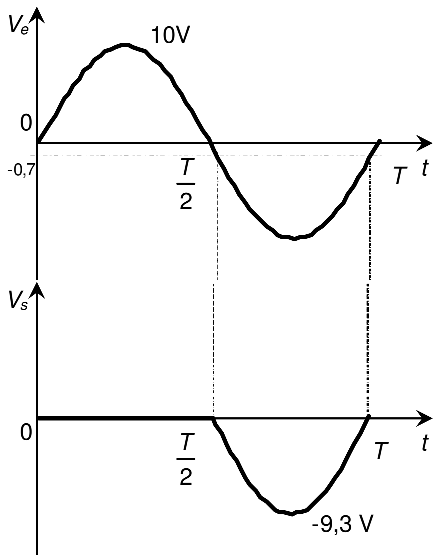
	Ejercicio de FFI **2ª Parte** Septiembre 2009 - Curso 2008/09	Dpto. Física Aplicada

Nombre y apellidos:

8. Describe la estructura física de un MOS-FET de enriquecimiento y explica su comportamiento para diferentes tensiones en los terminales. 1 p	8.

Libro de teoría. Página 10-29 y siguientes.

9. Dado el circuito de la figura, calcula la tensión de salida, V_s, para la tensión de entrada, V_e, indicada en la parte derecha de la figura. El diodo es de silicio, con una tensión umbral de 0,7 V. 1 p	9. 1 p
	



10. Describe el efecto Hall y deduce la expresión de la tensión Hall. 1 p	10. 1 p

Sol. Pag. 11-15 y 11-6 del libro de teoría.

11. ¿Calcula la fuerza que actúa sobre un electrón (q = 1,6·10^{-19} C) que se desplaza paralelo al eje X positivo con una velocidad de 5000 m/s en un campo magnético de $5\vec{i} - 6\vec{j}$ T 1 p	11. 1 p

Fuerza que actúa sobre una carga en movimiento en el interior de un campo magnético:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5000 & 0 & 0 \\ 5 & -6 & 0 \end{vmatrix} \cdot q = 4{,}8 \cdot 10^{-15} \vec{k} (N)$$

12. Un circuito tiene una resistencia de 40 Ω, una bobina de 50 mH y un condensador de 20 μF conectados en serie. Si la tensión en los extremos del condensador es de $U_C(t)$ = 2 cos(1000t - 40º) V, halla la expresión instantánea de la intensidad, la caída de tensión en el resto de los elementos y la caída de tensión total. 1p	12. Un circuit té una resistència de 40 Ω, una bobina de 50 mH i un condensador de 20 μF connectats en sèrie. Si la tensió entre els extrems del condensador és de $U_C(t)$ = 2 cos(1000t - 40º) V, troba l'expressió instantània de la intensitat, la caiguda de tensió en la resta de elements i la caiguda de tensió total. 1p

De la expresión de la tensión instantánea en bornes del condensador, obtenemos la intensidad máxima.

$U_C(t)$ = 2 cos(1000t - 40º) ; $\dfrac{I_m}{C\omega} = 2 \Rightarrow I_m = 0{,}04 A$

La intensidad instantánea será, sabiendo que está adelantada 90º respecto a la tensión en el condensador:

$$i(t) = 0{,}04 \cos(1000t + 50^\circ) A$$

La tensión en bornes de la resistencia, que está en fase con la intensidad, es:

$$u_R(t) = RI_m \cos(1000t + 50^\circ) = 1{,}6 \cos(1000t + 50^\circ) V$$

En bornes de la bobina tendremos (tensión adelantada 90º respecto a la intensidad):

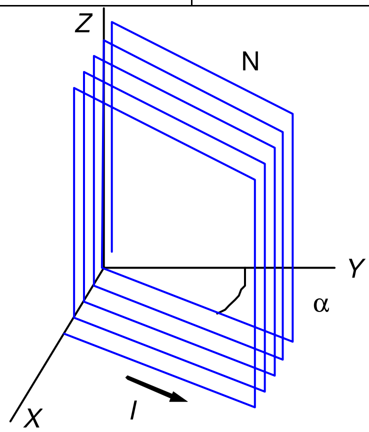
$$u_L(t) = L\omega I_m \cos(1000t + 140^\circ) = 2 \cos(1000t + 140^\circ) V$$

Por último para la tensión total, obtenemos en primer lugar el valor de la impedancia y el desfase tensión-intensidad:

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = 40\Omega$$

$$tg\phi = 0 \ \ \Rightarrow \phi = 0^\circ$$

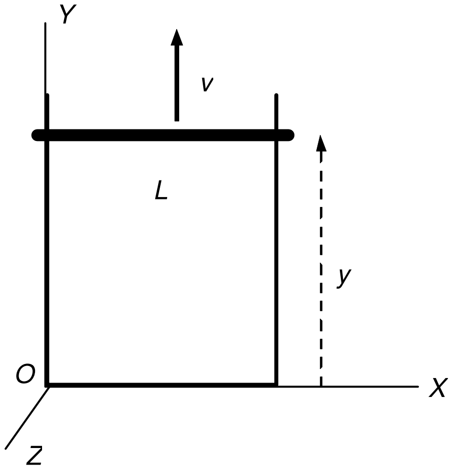
$$u(t) = ZI_m \cos(1000t + 50^\circ) = 1{,}6 \cos(1000t + 50^\circ)$$

13. Una bobina consta de 200 espiras rectangulares de superficie 4x5 cm^2, circulando por ella una corriente de 5 A. Se encuentra orientada como muestra la figura, formando el plano de las espiras un ángulo 30º con el eje *y*. a) ¿Cuál es el momento magnético de la bobina? (Expresión vectorial) b) ¿Cuál es el momento del par que actúa sobre la bobina si se aplica un campo magnético $\vec{B} = 0{,}2\vec{i} + 0{,}5\vec{k}$ T ? 2,5 p	13. 2,5 p
	

a) $\vec{m} = NI\vec{S} = 200.5.2.10^{-3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{\vec{j}}{2}\right) = 2.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{\vec{j}}{2}\right) = (\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j})Am^2$

b) $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \sqrt{3} & -1 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} = \left(-\frac{\vec{i}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j} + 0.2\vec{k}\right)Am^2T$

14. Un conductor en forma de "U" se encuentra sobre el plano *XY* tal como muestra la figura, con su extremo izquierdo coincidente con el eje *OY*. Sobre dicho conductor se desliza una barra conductora de longitud *L*, resistencia *R* y velocidad *v* perpendicularmente al eje *OY*. Sobre toda la región actúa un campo magnético no uniforme dado por la expresión $\vec{B}(x) = bx\vec{k}$. Calcula: a) Flujo magnético que atraviesa el circuito formado por el conductor en forma de "U" y la barra conductora. b) Fuerza electromotriz inducida en el circuito. c) Intensidad que circula por éste. d) Fuerza magnética que actúa sobre la barra. 2,5 p	14. 2,5 p



a)

$$\vec{B} = bx\vec{k}$$

$$d\vec{s} = ds\vec{k}$$

$$y = vt$$

$$\Phi = \int_S \vec{B}\,d\vec{s} = \int_S B\,ds = \int_0^L bxy\,dx = by\int_0^L x\,dx = by\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^L = by\frac{L^2}{2} = b\frac{L^2}{2}vt$$

b)

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d\left(b\frac{L^2}{2}vt\right)}{dt} = b\frac{L^2}{2}v$$

c)

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = b\frac{L^2}{2}\frac{v}{R}$$

horario

d)

$$d\vec{l} = \vec{i}\,dx$$

$$\vec{F} = \int_0^L i\,d\vec{l} \times \vec{B} = \int_0^L b\frac{L^2}{2}\frac{v}{R}\vec{i}\,dx \times bx\vec{k} = \int_0^L \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ b\frac{L^2}{2}\frac{v}{R}dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & bx \end{vmatrix} = b^2\frac{L^4}{4}\frac{v}{R}(-\vec{j})$$