	EXAMEN DE TEORÍA DE FFI 6 de febrero de 2006	Escola Tècnica Superior d'Informàtica Aplicada
Nombre y apellidos:		Grupo:

1. Obtenir les dimensions i unitats del camp magnètic.

Obtener las dimensiones y unidades del campo magnético.

Tomamos una formula en la que se incluya el campo magnético:

F = ILxB

Despejamos el campo:

B=F/IL

Sustituimos por la dimensiones y despejamos:

$|B| = MLT^{-2}/ IL = MI^{-1}T^{-2}$

La unidad de campo magnético es el Tesla = $kg\ A^{-1}s^{-2}$

2. Una càrrega puntual de valor Q està situada en el centre d'una superfície esfèrica de ràdio R. Calcula el flux del camp elèctric que travessa la superfície esfèrica. Comprova que compleix el teorema de Gauss.

Una carga puntual de valor Q está situada en el centro de una superficie esférica de radio R. Calcula el flujo del campo eléctrico que atraviesa la superficie esférica. Comprueba que cumple el teorema de Gauss.

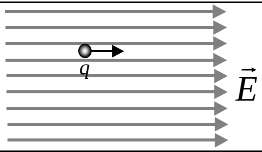
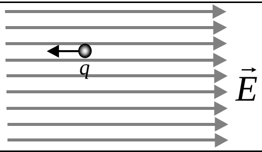
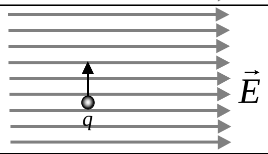
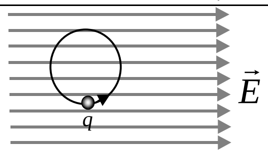
Calculamos el flujo usando su definición:

$$\Phi = \oint_S \vec{B}d\vec{S} = \oint_S BdS = B\oint_S dS = BS = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Por Gauss:

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Como puede verse se cumple que el teorema de Gauss.

3. Una càrrega elèctrica positiva es mou en l'interior d'un camp elèctric uniforme. Justifica com varia la seua energia potencial elèctrica en els següents casos:	Una carga eléctrica positiva se mueve en el interior de un campo eléctrico uniforme. Justifica cómo varía su energía potencial eléctrica en los siguientes casos:	
a) La càrrega es mou en la direcció i sentit del camp elèctric.	La carga se mueve en la dirección y sentido del campo eléctrico.	
b) La càrrega es mou en la direcció del camp elèctric però en sentit contrari.	La carga se mueve en la dirección del campo eléctrico pero en sentido contrario.	
c) La càrrega es mou en sentit perpendicular al camp elèctric.	La carga se mueve en sentido perpendicular al campo eléctrico.	
d) La càrrega descriu una circumferència i torna al punt de partida.	La carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida.	

a) Su energía potencial disminuye ya que se mueve hacia un potencial menor.

b) Su energía potencial aumenta ya que se mueve hacia un potencial mayor.

c) Su energía potencial no cambia ya que se mueve por un camino isopotencial.

d) Su energía potencial no cambia ya que el punto inicial y final es el mismo y por lo tanto está a igual potencia.

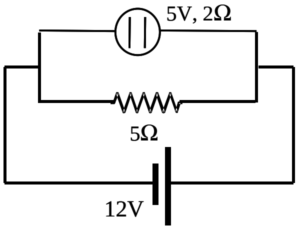
4. Un dieléctrico se introduce dentro de un campo eléctrico uniforme. En estas condiciones, el campo en el interior del dieléctrico ¿es menor o mayor que en el exterior? Razona la respuesta.

Es menor. La aplicación de un campo eléctrico externo induce un campo eléctrico dipolar en el dieléctrico de sentido contrario al aplicado por lo que el campo en el interior es:

$$E_{interior} = E_{aplicado} - E_{inducido}$$

5. Quin element del circuit de la figura consumeix una potència major, la resistència o el motor? Justifica la resposta.

¿Qué elemento del circuito de la figura consume una potencia mayor, la resistencia o el motor? Justifica la respuesta.



La intensidad que circula por el motor es:

I1= (12-5) / 2 = 3,5 A

Por lo que la potencia consumida por el motor será:

$P_M = 5.3,5 + 2.(3,5)^2 = 42$ *W*

La intensidad que circula por la resistencia es:

I1= 12 / 5 = 2,4 A

Por lo que la potencia consumida será:

$P_R = 5.(2,4)^2 = 28.8$ *W*

Por lo tanto el elemento que consume mas potencia es el motor ya que $P_M > P_R$.

6. Explica brevemente la diferencia entre corrientes de difusión y corrientes de desplazamiento en un semiconductor. Pon un ejemplo en el que sucedan ambos tipos de corriente, explicando con claridad, en cada caso, qué cargas se mueven y porqué.

Las corrientes de desplazamiento son debidas a la existencia de un campo eléctrico en el interior de un semiconductor, que produce un movimiento de huecos en el sentido del campo eléctrico, y de electrones en sentido contrario. La densidad de corriente de desplazamiento viene dada por:

$$\vec{J}_{des} = q_e(n\mu_n + p\mu_p)\ \vec{E}$$

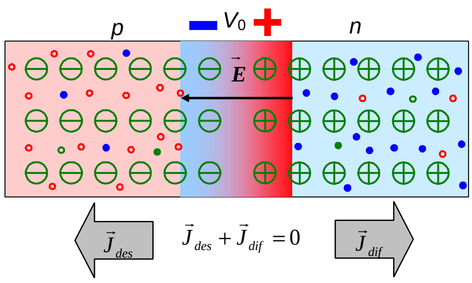
siendo n y p la concentración de electrones y huecos respectivamente, q_e la carga del electrón en valor absoluto, y $\vec{E}$ el campo eléctrico.

Otro mecanismo ocurre cuando la concentración de portadores de carga en el semiconductor no es uniforme; en este caso se produce un desplazamiento de portadores de carga desde las zonas de mayor concentración hacia las zonas de menor concentración, con la aparición de unas corrientes denominadas corrientes de difusión. En este caso, la densidad de corriente de difusión es:

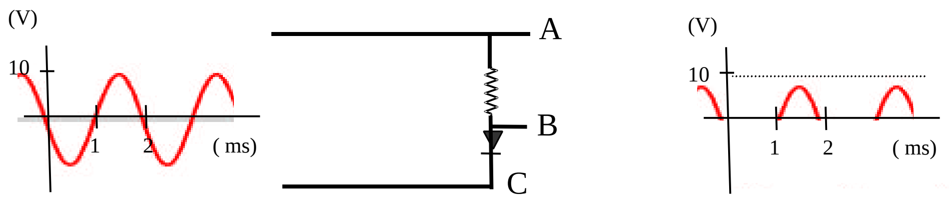
$$\vec{J}_{dif} = q_e(D_n\nabla n - D_p\nabla p)$$

donde D_n y D_p son los coeficientes de difusión de electrones y huecos respectivamente.

Ejemplo: unión p-n en equilibrio. Debido a los gradientes de concentración de huecos y electrones libres en la zona de la unión, huecos de la zona p pasan por difusión hacia la zona n y electrones de la zona n pasan a la zona p, creándose por tanto una corriente de difusión. De esta forma, en la zona de transición aparece una distribución neta de carga eléctrica que crea un campo eléctrico $\vec{E}$, como se muestra en la figura, que produce corrientes de desplazamiento, que equilibran a las de difusión, al estar el circuito abierto.



7. Si la tensión de entrada en el sistema de la figura es la indicada, dibuja la tensión de la salida entre los puntos A y B, justificando brevemente el trazado. (La resistencia es de 10kΩ y las características del diodo son: 0,7 V y 0,1 Ω)



En este caso podemos despreciar la resistencia interna del diodo al ser mucho más pequeña que la resistencia del circuito. De esta forma, cuando V_{AC} > 0,7 V (por encima de la tensión umbral del diodo), en el diodo tenemos una caída de potencial de 0,7 V (V_{BC} = 0,7 V), con lo cual $V_{AB} = V_{AC} - 0{,}7$. Por debajo de la tensión umbral del diodo, éste está en abierto, y la corriente es cero, y $V_{AB} = 0$.

8. Enuncia el teorema de Ampère y aplícalo al cálculo del campo magnético producido en el exterior de un cable coaxial por el que circula una corriente *I* por el cable interior, y la misma por el cable exterior en sentido contrario.

La circulación del vector campo magnético a lo largo de una curva cerrada es igual al producto de la constante μ_0 por la suma de las intensidades que atraviesan cualquier superficie limitada por la curva. El signo de la intensidad será positivo si cumple la regla de la mano derecha con el sentido de la circulación, y negativo en caso contrario.

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = m_0 \sum I$$

En el exterior de un cable coaxial, calculando la circulación a lo largo de una circunferencia de radio *r* centrada en el eje del cable, situada perpendicularmente a dicho eje, y teniendo en cuenta la simetría del problema:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = B2pr = m_0 \sum I = m_0 (I - I) = 0$$

Por lo que el campo magnético es cero.

9. ¿Si el momento magnético de una espira va en la misma dirección y sentido que un campo magnético externo y uniforme cuanto vale el momento de las fuerzas magnéticas que dicho campo ejerce sobre la espira? Si invertimos el sentido de la corriente de la espira, ¿cuánto vale ahora el momento de las fuerzas? Justifica la respuesta.

El momento de las fuerzas $\vec{M}$ es igual al producto vectorial del momento magnético de una espira $\vec{m}$ y el campo magnético $\vec{B}$, $\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B} = 0$. Si ambos vectores son paralelos, el producto vectorial es cero. Si invertimos el sentido de la corriente, cambia el signo del momento magnético pasando a formar un ángulo de 180º con el campo magnético, con lo que su producto vectorial sigue siendo cero.

10. Por un circuito con una resistencia *R* = 2 Ω, una bobina *L* = 3 mH y un condensador *C* = 10 µF, en serie, circula una intensidad *i* = 4cos(2000*t* - 30º) A. Calcula la caída de tensión en cada elemento y la caída de tensión total.

Resistencia:

$$V_m^R = R\,I_m = 2\cdot 4 = 8\ \text{V}$$

$$j = j_U^R - j_i = 0 \quad\Rightarrow\quad j_U^R = j_i = -30^{\circ}$$

$$v_R(t) = 8\cos(2000t - 30^{\circ})\ \text{V}$$

Bobina:

$$V_m^L = X_L\, I_m = 3\cdot 10^{-3}\cdot 2000\cdot 4 = 24\ \text{V}$$

$$j = j_U^L - j_i = 90 \quad\Rightarrow\quad j_U^L = j_i + 90 = 60^{\circ}$$

$$v_L(t) = 24\cos(2000t + 60^o)\ \text{V}$$

Condensador:

$$V_m^C = X_C\, I_m = \frac{1}{10\cdot 10^{-6}\cdot 2000}\cdot 4 = 200\ \text{V}$$

$$j = j_U^C - j_i = -90 \quad \Rightarrow \quad j_U^C = j_i - 90 = -120^o$$

$$v_C(t) = 200\cos(2000t - 120^o)\ \text{V}$$

Total

$$V_m = Z\, I_m = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\, I_m = \sqrt{2^2 + (50-6)^2}\cdot 4 = 176{,}2\ \text{V}$$

$$\tan j = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{6-50}{2} = -22 \quad \Rightarrow \quad j = -87{,}4 \quad \Rightarrow \quad j_U = -87{,}4 + j_i = -117{,}4$$

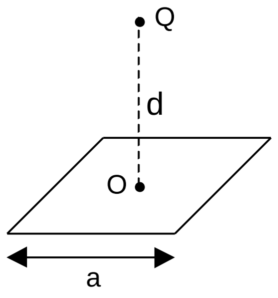
$$v(t) = 176{,}2\cos(2000\,t - 117{,}4^o)\ \text{V}$$

EXAMEN DE PROBLEMAS DE FFI

6 de febrero de 2006

Nombre y apellidos: Grupo:

1. Sea un sistema formado por una espira cuadrada de lado *a* con una densidad de carga lineal λ y una carga puntual *Q* situada a una distancia *d* del centro de la espira tal y como muestra la figura.



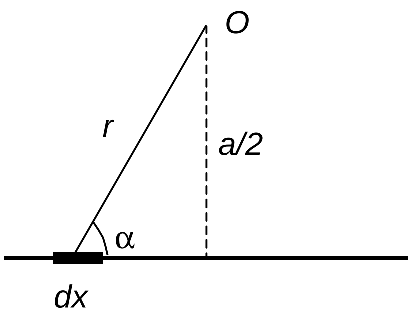
a) Calcula el campo eléctrico en el punto *O*.
b) Calcula el potencial electrostático en el punto *O*.
c) Calcula la energía electrostática que tendría una carga *q*' situada en *O*.

a) El campo producido por la espira es nulo por simetría de los cuatro campos producidos por los cuatro lados. Finalmente queda el campo producido por la carga puntual:

$$\vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\vec{j}$$

b) El potencial producido por la carga puntual es:

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 d}$$



y el producido por la espira es cuádruple del producido por una distribución lineal de longitud *a*:

$$V_2 = 4\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

haciendo $r = \dfrac{a/2}{\operatorname{sen}\alpha}$, $x = \dfrac{a/2}{\operatorname{tg}\alpha}$,

$$dx = -\frac{a}{2\operatorname{tg}^2\alpha}\frac{1}{\cos^2\alpha}d\alpha = -\frac{a}{2\operatorname{sen}^2\alpha}d\alpha$$

queda:

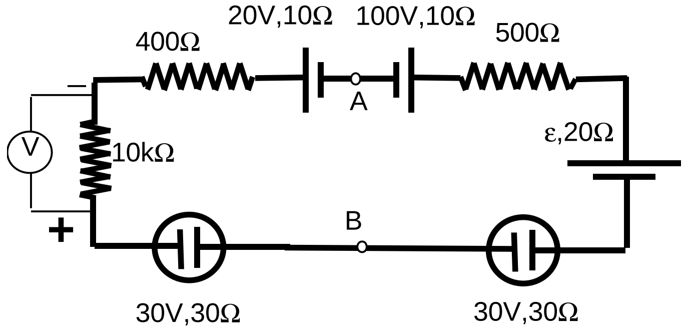
$$V_2 = 4\int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} -\frac{\lambda\dfrac{a}{2\operatorname{sen}^2\alpha}}{4\pi\varepsilon_0\dfrac{a}{2\operatorname{sen}\alpha}}d\alpha = -\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\int_{-\alpha_1}^{\alpha_1}\frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}d\alpha$$

Integral que es compleja de resolver, y la damos por cerrada en este punto.
El potencial total en *O* quedaría: $V_o = V_1 + V_2$

c) $U = q'V_o$

2. En el circuito de la figura se ha medido la d.d.p. entre los terminales de la resistencia de 10 kΩ, con la polaridad indicada en la figura, obteniéndose un valor de 10V. Calcula:

a) Potencia disipada en la resistencia de 10 kΩ,
b) Valor de la f.e.m. ε.
c) Potencia transformada en los motores y en los generadores que actúan como receptores.
d) Potencia consumida en los motores.
e) Potencia generada en los generadores.
f) Potencia total disipada por efecto Joule.
g) D.d.p entre los puntos A y B del circuito.



a) $P = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{100}{10000} = 0{,}01\,\mathrm{W}$

b) $I = \sqrt{\dfrac{P}{R}} = \sqrt{\dfrac{0{,}01}{10000}} = 1\,\mathrm{mA}$

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{\sum R} = \frac{100 - 20 - 30 - 30 - \varepsilon}{11000} = \frac{20 - \varepsilon}{11000} = 0{,}001$$

$20 - \varepsilon = 11;\ \varepsilon = 9$ V

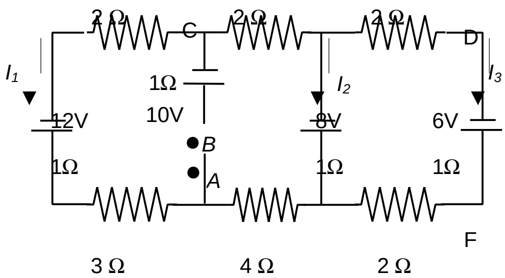
c) $P_m = \varepsilon'_m I = 30$ mW cada uno
$P_{20} = 20I = 20$ mW; $P_e = 9I = 9$ mW
En total: 30+30+20+9= 89 mW
d) A la potencia transformada hay que añadir la debida al efecto Joule:
$P_m = 0{,}03 + I^2 r = 0{,}03 + 10^{-6}\cdot 30 = 0{,}03003$ W = 30,03 mW

e) Solo uno: $P_{100} = 100I = 100$ mW

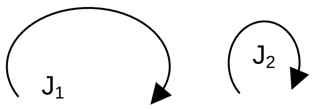
f) $P_J = I^2 R = 10^{-6}\cdot 11000 = 11$ mW

3. Dado el circuito de la figura:

a) Calcula I_1, I_2 e I_3
b) Halla la diferencia de potencial entre A y B.
c) Halla el generador equivalente de Thevenin entre D y F, indicando claramente su polaridad.
d) Si se le añade al circuito una resistencia de 9 Ω entre los puntos D y F, utilizando el equivalente de Thevenin, calcula la intensidad que circularía por dicha resistencia.



a) Tenim dues malles al circuit. Per calcular les intensitats aplicarem el mètode de les malles. Llavors, en primer lloc, numerarem les malles i fixarem un únic sentit per a les intensitats de malla: vegeu figura.



Plantegem l'equació de les malles:

$$\begin{pmatrix} 13 & -1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12+8 \\ -8+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

D'on, aplicant el mètode de Cramer obtenim:

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} -4 & -1 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{-24-2}{78-1} = \frac{-26}{77} \approx -0{,}338\text{A} \quad \text{i} \quad J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 13 & -4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{-26-4}{78-1} = \frac{-30}{77} \approx -0{,}390\text{A}$$

Llavors, tenint en compte els sentits de les intensitats indicats en la figura,

$$I_1 = -J_1 = -\frac{-26}{77} \approx 0{,}338\text{A}$$

$$I_2 = J_1 - J_2 \approx \frac{-26}{77} - \frac{-30}{77} = \frac{4}{77} \approx 0{,}052\text{A}$$

$$I_2 = J_2 = \frac{-30}{77} \approx -0{,}39\text{A}$$

b) Si per calcular la ddp entre A i B seguim el camí horari, haurem de descompondre el càlcul en dos trams amb intensitats diferents:

$$V_A - V_B = V_A - V_C + V_C - V_B = \left(\frac{-26}{77}\right)(3+1+2) - (-12) - 10 = \frac{-156}{77} + 2 = -\frac{2}{77} \approx -0{,}026\text{V}$$

Si tenim temps, podem fer una primera verificació dels resultats obtinguts calculant la ddp seguint un altre camí. Posat que el resultat fóra diferent, pot ser que siga perquè hem calculat mal les intensitats o les ddp. Així, si anem per la primera malla en sentit antihorari:

$$V_A - V_B = \frac{26}{77}4 + \frac{-4}{77}1 - (-8) + \frac{26}{77}2 - 10 = \frac{152}{77} - 2 = \frac{-2}{77} = -0.026\text{V}$$

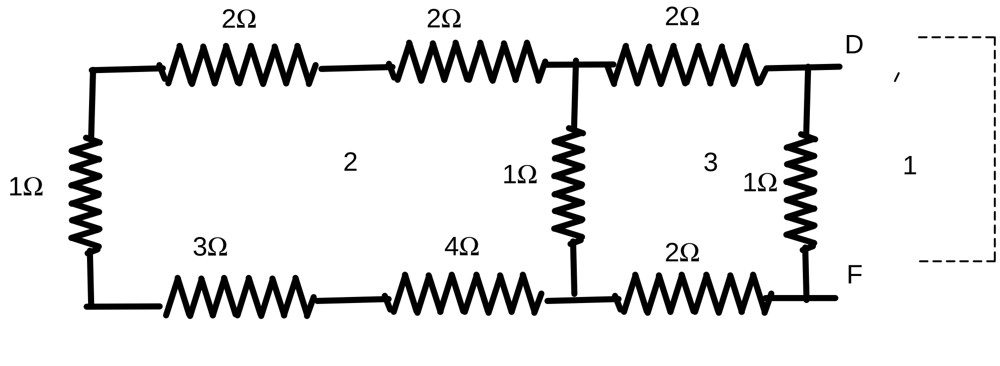
Com era d'esperar, obtenim el mateix resultat.

c) Per calcular el Thevènin entre D i F, hem de calcular la ddp entre ambdós punts, així com la resistència equivalent:

$$V_D - V_F = \frac{-30}{77}1 - 6 = \frac{-492}{77} \approx -6{,}39\text{V}$$

On el punt F està a major potencial que el punt D.

Per al càlcul de la residència equivalent podem seguir dues vies, després de dibuixar el circuit passiu equivalent:



1. Ja que totes les resistències estan en sèrie o en paral·lel podem fer el càlcul pas a pas:

Les 5 resistències de la esquerra estan en sèrie: $R_{e1}=4+3+1+2+2=12\Omega$

R_{e1} està en paral·lel amb la resistència d'1Ω: $R_{e2} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{1}\right)^{-1} = \frac{12}{13}\Omega$

R_{e2} està en sèrie amb les dues resistències de 2Ω: $R_{e3} = \frac{12}{13} + 2 + 2 = \frac{64}{13}\,\Omega$

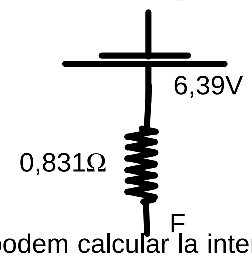
Per últim, R_{e3} està en paral·lel amb la resistència d'1Ω: $R_E = \left(\frac{13}{64} + \frac{1}{1}\right)^{-1} = \frac{64}{77}\,\Omega \approx 0{,}831\Omega$

2. Podem calcular la resistència equivalent fent ús del càlcul matricial, per a la qual cosa definirem una malla addicional, la malla 1, i numerarem la resta en el mateix ordre en què les hem treballat en l'apartat "a" (vegeu figura):

$$R_E = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 13 & -1 \\ -1 & -1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{1\begin{vmatrix} 13 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} + (-1)\begin{vmatrix} 0 & 13 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}}{77} = \frac{77-13}{77} = \frac{64}{77} \approx 0{,}831\Omega$$

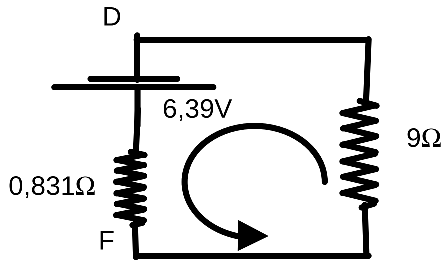
Com és natural, hem obtingut el mateix valor.

El generador equivalent de Thevènin serà:



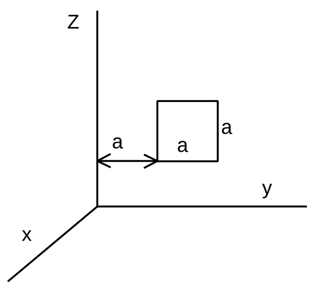
d) Si connectem una resistència de 9Ω entre D i F, podem calcular la intensitat que circula substituint el circuit pel seu equivalent de Thevènin i calcular-la a partir de l'expressió d'un circuit simple:

$$I = \frac{6{,}39}{0{,}831 + 9} = 0{,}65\Omega$$

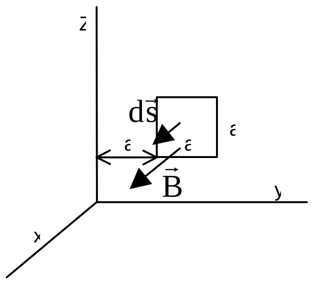


4. Una espira cuadrada de lado "*a*" y resistencia eléctrica *R*, se encuentra situada en el plano ZOY tal como se muestra en la figura. Está sometida a un campo magnético uniforme que varía en el tiempo según la expresión: $\vec{B} = (B_0 + kt)\vec{i}$, donde B_0 y *k* son constantes positivas. Calcula:

1) Flujo del campo magnético sobre la espira.
2) Fuerza electromotriz inducida.
3) Intensidad que circula por la espira, indicando su sentido.
4) Si colocamos un conductor coincidente con el eje OZ por el que circula una intensidad *I*, indica el sentido y el valor que tendrá esta intensidad para anular el flujo total de campo magnético a través de la espira.
5) En el caso anterior, ¿cuál será el valor de la f.e.m. inducida en la espira?



Tenim una espira sotmesa a un camp magnètic uniforme i perpendicular a ella (vegeu figura). L'aparició d'un corrent induït és degut al fet que el camp magnètic varia en el temps.



a) El flux del camp magnètic a través de l'espira és

$$\phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_S B\,ds = B\int_S ds = BS = Ba^2 = a^2(B_0 + kt)$$

on s'ha tingut en compte, per al càlcul, la perpendicularitat de $\vec{B}$ respecte de l'espira i la seua uniformitat.

b) Per al càlcul de la força electromotriu induïda, farem ús de la llei de Faraday:

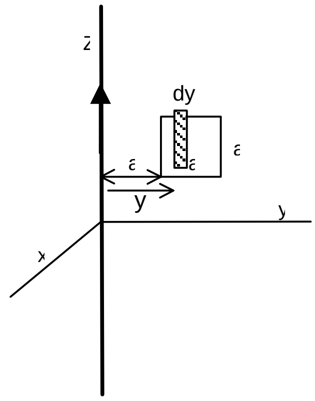
$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(a^2\left(B_0 + kt\right)\right) = -a^2 k$$

c) El valor de la intensitat la trobarem aplicant la llei d'Ohm i el seu sentit el determinarem a partir de l'aplicació de la llei de Lenz:

$$i = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \frac{a^2 k}{R} ,$$

amb sentit horari, perquè així es produeix un camp magnètic amb la direcció i el sentit del eix x negatiu, és a dir, amb sentit oposat al creixement de $\vec{B}$ que és la causa de l'aparició del fenomen d'inducció.

d) El sentit de la intensitat en el conductor serà cap amunt, per a crear un flux de sentit contrari al del camp aplicat.
Calculem el flux creat per I:



$$\phi_I = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_S B ds = \int_S \frac{\mu_0 I}{2\pi y} ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_a^{2a} \frac{a dy}{y} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a\left(\ln 2a - \ln a\right)$$

$$\phi_I = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln 2$$

on s'ha tingut en compte la perpendicularitat entre el camp magnètic i l'espira, i l'expressió del camp magnètic creat per un conductor rectilini i indefinit.

Com que el flux creat pel conductor ha d'anul·lar el creat pel camp magnètic aplicat i tenint en compte que ambdós fluxos tenen signe contrari, s'ha de complir

$$\phi_I = \phi \quad \rightarrow \quad \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln 2 = a^2\left(B_0 + kt\right) \quad \rightarrow \quad I = \frac{2\pi a\left(B_0 + kt\right)}{\mu_0 \ln 2}$$

d) Ja que la intensitat que circula pel conductor anul·la el flux del camp elèctric a través de l'espira, aquest és constant (de valor zero). Llavors no hi ha cap variació de flux i, per tant, la fem induïda es nul·la.