EXAMEN DE TEORÍA DE FFI

3 de Julio de 2006

Escola Tècnica Superior d'Informàtica Aplicada

1. Deduce las dimensiones y unidades del campo eléctrico. Razona si es posible, o no, medir el campo eléctrico en J/A (Julio/Amperio).

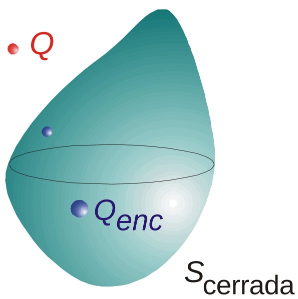
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \Rightarrow \quad [E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{MLT^{-2}}{IT} = MLI^{-1}T^{-3} \qquad \text{Unidades: } \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = \mathrm{Kg\,m\,A^{-1}s^{-3}}$$

$$[F] = [m][a] = MLT^{-2} \qquad [q] = IT$$

Las dimensiones de Julio/Amperio son:

$\dfrac{[\text{Energía}]}{[\text{Intensidad}]} = \dfrac{ML^2T^{-2}}{I} = ML^2I^{-1}T^{-2} \neq MLI^{-1}T^{-3}$, por lo que el campo eléctrico no se puede medir en J/A

2. Enuncia el teorema de Gauss y aplícalo para calcular el campo eléctrico creado por una carga puntual *q* en un punto situado a una distancia *r* de la misma

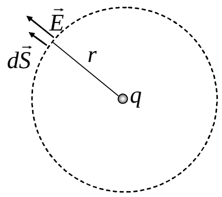


$$\Phi_{\text{supcerrada}} = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{e_0}$$

$$\int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{e_0}$$

El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada *S* es igual a la carga total encerrada dentro de *S* dividido por ε_0.

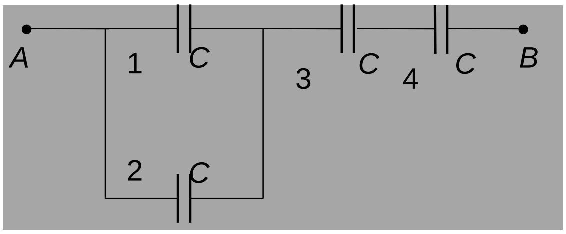
Para calcular el campo creado por una carga puntual *q* a una distancia *r*, tomamos como superficie de Gauss una esfera de radio *r* con su centro situado en el punto donde se encuentra la carga. Aplicando el teorema de Gauss sobre dicha superficie, y teniendo en cuenta que el campo eléctrico es radial:



$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S EdS = ES = E4p\, r^2 = \frac{q}{e_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q}{4p\, r^2 e_0}$$

Y teniendo en cuenta que el campo es radial: $\vec{E} = \dfrac{q}{4p\, r^2 e_0}\vec{u}_r$

3. Entre los puntos A y B de la asociación de condensadores de la figura se aplica una diferencia de potencial *V*. Hallar la carga de cada condensador. (Los resultados deben darse en función de *C* y *V*).



Condensador	1	2	3	4
Carga	$CV/5$	$CV/5$	$2CV/5$	$2CV/5$

En primer lugar calculamos la capacidad equivalente del sistema:

$$C_{12} = C + C = 2C$$
$$C_{eq} = \left(1/C_{12} + 1/C + 1/C\right)^{-1} = \left(1/2C + 1/C + 1/C\right)^{-1} = 2C/5$$

La carga del condensador equivalente será:

$$Q_{eq} = C_{eq}V = 2CV/5$$

Dado que los condensadores C_{12}, C_3 y C_4 están en serie, su carga es igual en los tres, e igual a la carga del condensador equivalente:

$$Q_{12} = Q_3 = Q_4 = 2CV/5$$

La suma de las cargas de los condensadores 1 y 2 será igual a Q_{12}, y como ambos condensadores son iguales $Q_1 = Q_2$, de modo que:

$$\left.\begin{array}{r} Q_1 + Q_2 = Q_{12} = 2CV/5 \\ Q_1 = Q_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad Q_1 = Q_2 = Q_{12}/2 = CV/5$$

4. De un material conductor de resistividad ? se fabrican dos cables cilíndricos de la misma longitud, L, pero de radios *R* y 2*R* cada uno de ellos. Se conectan en serie, y al conjunto se le aplica una tensión V. Calcular la corriente que circula por cada uno de los cables.

Al estar en serie, la intensidad que circula por ambos conductores será la misma, y viene dada por:

$$I = \frac{V}{r_1 + r_2}$$

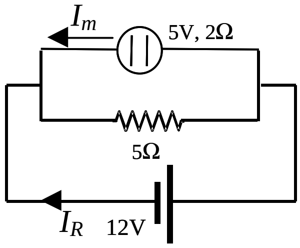
siendo r_1 y r_2 la resistencia del conductor 1 y 2 respectivamente:

$$r_1 = \frac{rL}{S_1} = \frac{rL}{p\,R^2} \quad r_2 = \frac{rL}{S_2} = \frac{rL}{p\,4R^2} \quad \Rightarrow \quad r_1 + r_2 = \frac{rL}{p\,R^2} + \frac{rL}{p\,4R^2} = \frac{5rL}{4p\,R^2}$$

Con lo cual, podemos expresar la intensidad como:

$$I = \frac{V}{r_1 + r_2} = V\,\frac{4p\,R^2}{5rL}$$

5. ¿Qué elemento del circuito de la figura consume una potencia mayor, la resistencia o el motor? Justifica la respuesta.



En la resistencia:

$$I_R = \frac{12}{5} = 2{,}4\ A \quad \Rightarrow \quad P_R = I_R^2 R = 28{,}8\ W$$

En el motor:

$$I_m = \frac{12-5}{2} = 3{,}5\ A \quad \Rightarrow \quad P_m = eI + I^2 R = 42\ W$$

Por tanto el motor consume más potencia.

6. Un semiconductor extrínseco tipo *n* esta formado por silicio con un dopado de 10^{17} átomos de antimonio/cm^3. Teniendo en cuenta que la concentración intrínseca del silicio a 300 K es n_i=1´5.10^{10} particulas/cm^3. ¿Cuál es la concentración de huecos y electrones a 300 K?

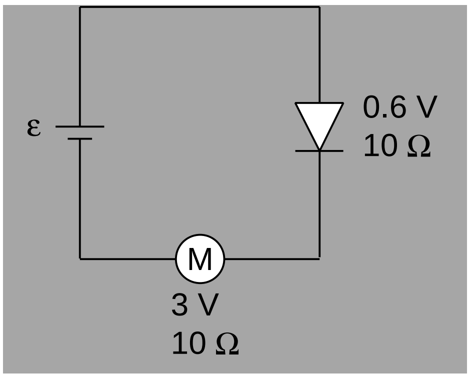
El Sb, antimonio, es un átomo donador, y según los datos del problema se observa que la concentración de impurezas es mucho mayor que la concentración intrínseca a 300º, por lo que podemos aproximar que l la concentración de electrones es aproximadamente igual a la de impurezas:

$n \approx 10^{17}$ electrones/cm^3

Aplicando la ley de acción de masas, tenemos:

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx 2250 \text{ huecos/cm}^3$$

7. Dado el circuito de la figura. ¿Cuanto debe valer ε para circule una corriente de 30 mA?



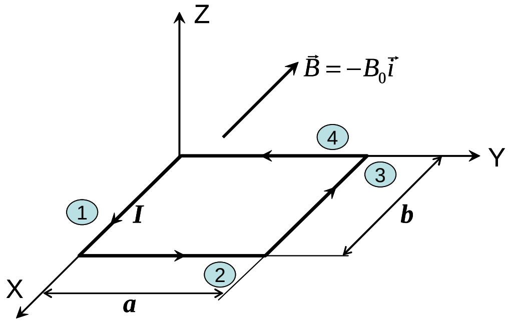
Aplicando la ecuación del circuito, tenemos:

$$I = \frac{\Sigma e}{\Sigma R} = \frac{e - 0{,}6 - 3}{10+10} = 0{,}03$$

despejando,

$$e = 4{,}2V$$

8. L'espira plana del dibuix, situada sobre el pla XY, i de dimensions *a* i *b*, està recorreguda per un corrent *I* en el sentit assenyalat. Un camp magnètic uniforme $\vec{B}=-B_0\vec{i}$ actua sobre ella. Determina la força magnètica sobre cada costat de l'espira, el vector superfície i el moment magnètic de l'espira, i el moment de les forces que actuen sobre l'espira. ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{S}, \vec{m}, \vec{M}$)	8. Por la espira plana de la figura, situada sobre el plano XY y con dimensiones *a* y *b*, circula una corriente *I* con el sentido señalado. Un campo magnético uniforme $\vec{B}=-B_0\vec{i}$ actúa sobre ella. Determina la fuerza magnética sobre cada lado de la espira, el vector superficie y el momento magnético de la espira, y el momento de las fuerzas que actúan sobre dicha espira. ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{S}, \vec{m}, \vec{M}$)



La fuerza sobre un conductor por el circula una corriente I, en el interior de un campo magnático , viene dada por la expresión:

$$\vec{F} = I\vec{\ell}\times\vec{B}$$

En los lados 1 y 3 los vectores $\vec{l}$ y $\vec{B}$ son paralelos, por lo que no actúa fuerza sobre ellos.

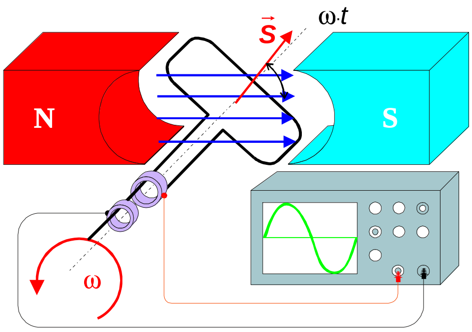
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_3 = 0$$

$$\vec{F}_2 = I\vec{\ell}\times\vec{B} = I\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & a & 0 \\ -B_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = IB_0a\vec{k}\ \text{N} \qquad \vec{F}_4 = I\vec{\ell}\times\vec{B} = I\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -a & 0 \\ -B_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -IB_0a\vec{k}\ \text{N}$$

$$\vec{S} = ab\vec{k}\ \text{m}^2\ ; \quad \vec{m} = I\vec{S} = Iab\vec{k}\ ;$$

$$\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & Iab \\ -B_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -IabB_0\vec{j}\ \text{Nm}$$

9. Explica el fonament d'un generador de corrent altern.	9. Explica el fundamento de un generador de corriente alterna.



El fundamento de la generación de una corriente alterna se basa en hacer girar una espira en el interior de un campo magnético uniforme, tal como se muestra en la figura.

Conforme gira la espira el flujo magnético varía, creando una corriente inducida, que podemos determinar aplicando la ley de Faraday:

Si suponemos el campo uniforme:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos j$$

donde j es el ángulo que forman el vector superficie y el campo magnético. Si tenemos N espiras con las mismas características el flujo quedará multiplicado por N:

$$\Phi = NBS\cos\varphi$$

Si la velocidad de giro de la espira es constante (ω ?velocidad angular o pulsación):

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Aplicamos la ley de Faraday para obtener la fuerza electromotriz inducida:

$$e = -\frac{d\Phi_T}{dt} = -\frac{d\left(NBS\cos(wt + j_0)\right)}{dt} = NBSw\sin(wt + j_0) =$$

$$BNS\omega\cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$$

Obtenemos una fuerza electromotriz sinusoidal.

10. Per un dipòl *RL* (*R* = 20Ω i *L* = 2mH) circula una intensitat *i*(*t*)=0.2·cos(1000*t*-20º)A. Determina la impedància, l'angle de desfasament, la diferència de potencial total i la diferència de potencial en la bobina i en la resistència.	10. Por un dipolo *RL* (*R*=20Ω i *L*=2mH) circula una intensidad *i*(*t*)=0.2·cos(1000*t*-20º)A. Determina la impedancia, el ángulo de desfase, la diferencia de potencial total y la diferencia de potencial en la bobina y en la resistencia.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{20^2 + 2^2} = 20{,}09\ \Omega$$

$$\tan j = \frac{X_L - X_C}{R} = 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad j = 5{,}71^{\text{o}}$$

Diferencia de potencial total:

$$\left.\begin{array}{r} U_m = I_m Z = 0{,}2\cdot 20{,}09 = 4{,}01\,V \\ j_U = j + j_i = -20 + 5{,}71 = -14{,}29^{\text{o}} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad u(t) = 4{,}01\cos(1000t - 14{,}29^{\circ})\,V$$

Diferencia de potencial en la bobina:

$$\left.\begin{array}{r} U_m^L = I_m X_L = 0{,}4\,V \\ j_U^L - j_i = 90^{\text{o}} \quad \Rightarrow \quad j_U^L = 90 - 20 = 70^{\text{o}} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad u_L(t) = 0{,}4\cos(1000t + 70^{\text{o}})\,V$$

Diferencia de potencial en la resistencia:

$$\left.\begin{array}{r} U_m^R = I_m R = 4\,V \\ j_U^R - j_i = 0 \quad \Rightarrow \quad j_U^r = -20^{\text{o}} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad u_R(t) = 4\cos(1000t - 20^{\text{o}})\,V$$

EXAMEN DE PROBLEMAS DE FFI

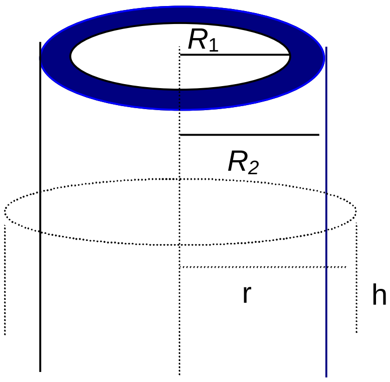
3 de Julio de 2006

1. Sea un cilindro conductor hueco de radios interior y exterior R_1 y R_2 respectivamente, y de longitud muy grande comparada con su radio (puede suponerse de longitud infinita). Cargado con densidad superficial de carga σ positiva. Calcula, razonadamente,

a) El valor del campo eléctrico en las distintas zonas del espacio que distan r del centro del cilindro:

$r \le R_1$ $\quad$ $R_1 \le r \le R_2$ $\quad$ y $\quad$ $r \ge R_2$

b) La diferencia de potencial entre el eje del cilindro y un punto situado a una distancia $2R_2$ de dicho eje.



a)Al ser un único conductor cargado, la carga superficial estará sólo en al superficie exterior del cilindro, en la de radio R_2.

En $r \le R_1$: Aplicando el teorema de Gauss a una superficie cilíndrica de altura h y radio $r \le R_1$ se tiene que:

Para $r \le R_1$ $\quad f = \int_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{dentro\ de\ S}}{e_0} = \frac{0}{e_0} \Rightarrow \quad \vec{E} = 0$

Para $R_1 \le r \le R_2$ aplicando el teorema de Gauss a una superficie cilíndrica de altura h y radio $R_1 \le r \le R_2$ se tiene que:

$$f = \int_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{dentro\ de\ S}}{e_0} = \frac{0}{e_0} \Rightarrow \quad \vec{E} = 0$$

Para $r \ge R_2$ aplicando el teorema de Gauss a una superficie cilíndrica de altura h y radio $r \ge R_2$ se tiene que:

$$f = \int_S \vec{E}.d\vec{S} = E\,2pr = \frac{Q_{dentro\ de\ S}}{e_0} = \frac{s\,.S}{e_0} = \frac{s\,2pR_2}{e_0} \Rightarrow \quad \underline{\underline{E = \frac{sR}{e_0}}}$$

El campo es radial y hacia fuera, desde la superficie de radio R_2

b)

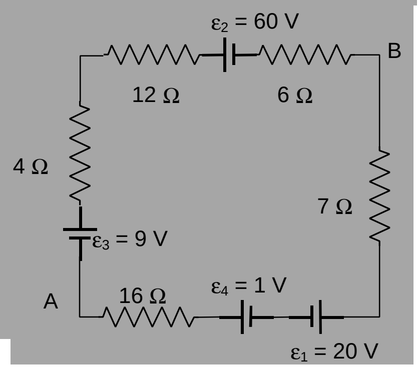
$$V_{eje} - V_{2R_2} = \int_{r=0}^{r=2R_2} \vec{E}.d\vec{r} = \int_{0}^{R_2} o.dr + \int_{R_2}^{2R_2} \frac{sR_2}{e_0 r} dr = \frac{sR_2}{e_0} \ln r \Big]_{R_2}^{2R_2} = \frac{sR_2}{e_0} \ln 2$$

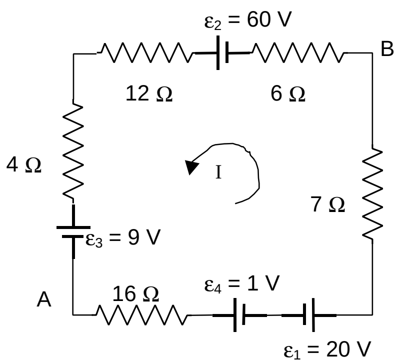
2. En el circuito de la figura:

a) halla la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B*.

b) indica claramente qué elementos actúan como generadores y cuáles como receptores.

c) halla la potencia disipada en la resistencia de 7 Ω, y la potencia generada por ε_1.





a) Para hallar la ddp entre A y B es necesario hallar antes la intensidad de corriente I.

$$I = \frac{\sum e}{\sum R} = \frac{60-9-1+20}{6+12+4+16+7} = \frac{70}{45} = 1{,}56\text{A}$$

$$V_A - V_B = \sum RI - \sum \varepsilon = (4+12+6) * (-1{,}56) - (9-60) =$$
$$= -34{,}22 + 51 = \underline{\underline{16{,}78\text{V}}}$$

b) Son generadores ε_1 y ε_2 ya que en ellos la I sale por el polo positivo y ε_3 y ε_4 son receptores.

c) P_R= RI^2 = 7* 1.56^2 =17,04 W

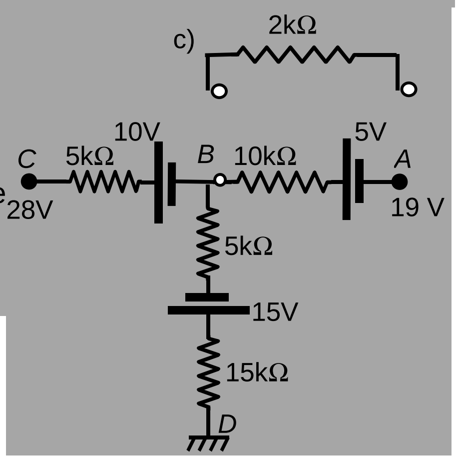
d) P generada = ε_1 . I = 60 * 1.56 = 93,6 W.

3. Dado el circuito de la figura,

a) Determina las intensidades mediante el método de las mallas.

b) Calcula la resistencia equivalente entre *A* y *B*.

c) Determina el generador equivalente de Thevenin entre *A* y *B*, y calcula la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de 2 kΩ que conectásemos entre *A* y *B*.

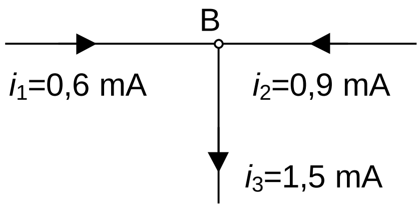


a) Considerando dos mallas y un sentido positivo horario:

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 33 & -20 \\ -39 & 30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & -20 \\ -20 & 30 \end{vmatrix}} = \frac{210}{350} = 0{,}6 \text{ mA} \qquad J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 25 & 33 \\ -20 & -39 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & -20 \\ -20 & 30 \end{vmatrix}} = \frac{-315}{350} = -0{,}9 \text{ mA}$$

En todo momento usaremos las resistencias en kΩ, de este modo las intensidades habrá que usarlas en mA.

Por lo que las intensidades reales en cada rama serán:



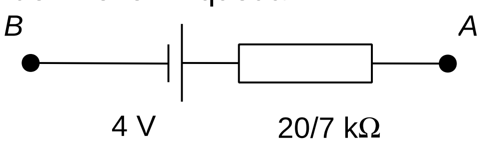
b) Entre A y B hay 3 resistencias en paralelo:

$$R_{AB} = \left(5^{-1} + 20^{-1} + 10^{-1}\right)^{-1} = \frac{20}{7} \text{ k}\Omega$$

c) En primer lugar calculamos V_{AB}

$V_{AB} = 10i_2 - 5 = 4$ V

Con los que el generador de Thevenin queda:

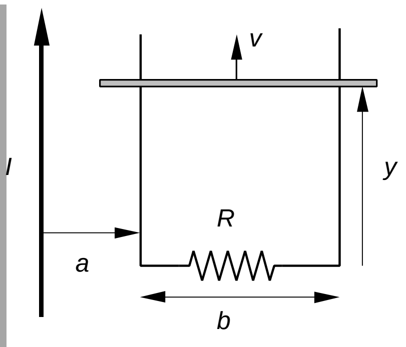


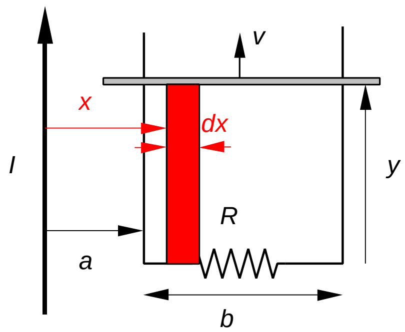
I al unir la resistencia entre A y B, la intensidad valdrá:

$$i = \frac{4}{20/7 + 2} = \frac{14}{17} \text{ mA}$$

4. Sea un conductor rectilíneo de longitud indefinida por el que circula una corriente ***I***, y un circuito de resistencia ***R*** por el que se desliza una barra conductora con velocidad constante ***v***. Calcula:

a) Flujo magnético que atraviesa el circuito, en función de ***y***.
b) Fuerza electromotriz inducida en el circuito.
c) Intensidad inducida en el circuito, indicando su sentido.
d) Fuerza que actúa sobre la barra conductora (módulo, dirección y sentido).





a) El flujo elemental a través de la superficie elemental de la figura vale:

$$d\Phi = \vec{B}(x)\cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} y dx$$

Y el flujo total

$$\Phi = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} y dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} y \int_a^{a+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} y \ln\frac{a+b}{a}$$

b) $\varepsilon = \dfrac{d\Phi}{dt} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\dfrac{a+b}{a}\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\dfrac{a+b}{a}$

c) $i = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{\mu_0 I v}{2\pi R}\ln\dfrac{a+b}{a}$

Con un sentido tal que se opone al movimiento de la barra, es decir antihorario.

d) $dF = iB(x)dx = i\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}dx$

$F = i\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\dfrac{a+b}{a} = \left(\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\dfrac{a+b}{a}\right)^2 \dfrac{v}{R}$, con sentido opuesto a la velocidad.