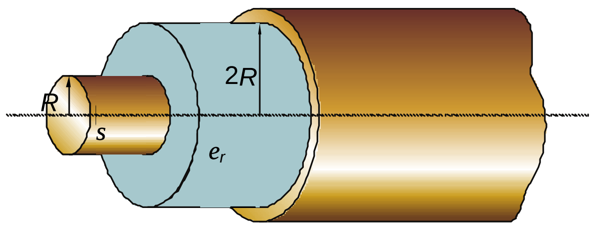
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA. EXAMEN DE PROBLEMAS DE F.F.I.	14 de junio de 2000
APELLIDOS:	NOMBRE:

1.- Un cilindro macizo y conductor, de radio R y longitud $L>>R$ se carga con una densidad superficial de carga s positiva.

a) Calcular la carga total en la superficie del cilindro.

A continuación se envuelve el cilindro con un dieléctrico de radio exterior $2R$ y permitividad dieléctrica relativa e_r , y el dieléctrico se rodea, a su vez, de otro cilindro conductor, concéntrico al primero, y de espesor despreciable. En estas condiciones:

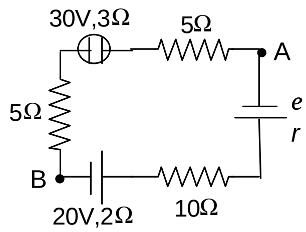


b) Calcular el campo eléctrico en el interior del dieléctrico, en un punto que diste r del eje del cilindro.

c) Calcular la diferencia de potencial entre los dos cilindros conductores.

d) Calcular la capacidad del conjunto.

2.- Dado el circuito de la figura:



a) Calcula la expresión de la intensidad que circula por el circuito en función de e y r.

b) ¿Qué condiciones deben cumplir e y r para que la intensidad en el circuito no sea nula y el motor pueda funcionar? En este caso, indica el sentido de la intensidad.

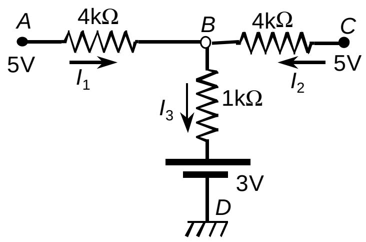
c) Determina el valor de la intensidad si el rendimiento del motor del circuito es del 62,5%.

d) Determina los valores de e y r para el valor de la intensidad calculada en el apartado anterior, si el rendimiento del generador e es del 80%.

e) Calcula la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

f) Calcula la potencia generada y/o disipada por cada uno de los elementos del circuito.

3.- Dado el circuito de la figura,

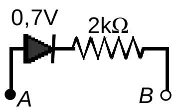


a) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante las reglas de Kirchhoff.

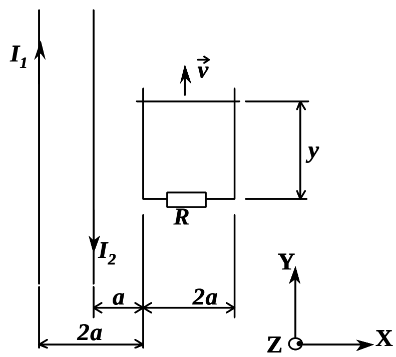
b) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante el método de las mallas.

c) Calcula el generador equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. Indica claramente su polaridad.

d) En paralelo a los puntos A y B del circuito se añade la rama de la figura, con un diodo de tensión umbral 0,7 V y una resistencia de 2 kΩ. Calcula la intensidad que circula por dicha rama, indicando claramente su sentido.



4.- En la figura es mostren 2 fils conductors rectilinis paral· lels i molt llargs, pels que circulen sengles intensitats $I_1 = I$ i $I_2 = 2\ I$. En el mateix pla hi ha un conductor en forma d'U, sobre el que llisca un conductor rectilini amb resistència R, sense fregament i amb velocitat constant $\vec{v} = v\vec{j}$, formant una espira de dimensions variables. Calcula:



a) Fluix del camp magnètic $\vec{B}_1$ creat pel fil 1 a través de l'espira.

b) Fluix del camp magnètic $\vec{B}_2$ creat pel fil 2 a través de l'espira.

c) Fluix magnètic total.

d) Força electromotriu induïda en l'espira (ε).

e) Intensitat induïda en l'espira (valor i sentit).

f) Força magnètica sobre el costat mòbil de l'espira.

Solució 1:

a) $Q = s \cdot S = s \cdot 2pR \cdot L$

b) Si partim de que coneixem el camp creat pel conductor cilíndric, indefinit, amb distribució de les càrregues uniforme:

$$l = Q / L = s \cdot 2pR$$

$$r > R \rightarrow E_0 = \frac{l}{2pe_0 \cdot r}$$

$$E = \frac{E_0}{e_r} = \frac{l}{2pe_0 e_r \cdot r} = \frac{s \cdot 2pR}{2pe_0 e_r \cdot r} = \frac{s \cdot R}{e_0 e_r \cdot r}$$

camp en direcció normal a l'eix del conductor i en direcció cap a fora, per càrregues positives.

c)

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E \cdot dr = \frac{s \cdot R}{e_0 e_r \cdot r} dr$$

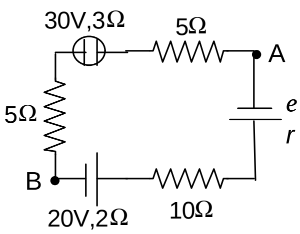
$$V_{1,2} = \int_R^{2R} \frac{s \cdot R}{e_0 e_r \cdot r} dr = \frac{s \cdot R}{e_0 e_r} \ln 2$$

d)

$$C = Q / V_{1,2} = \frac{s \cdot 2pR \cdot L}{\frac{s \cdot R}{e_0 e_r} \ln 2} = \frac{2pe_0 e_r \cdot L}{\ln 2}$$

2.- Dado el circuito de la figura:

a) Calcula la expresión de la intensidad que circula por el circuito en función de e y r.
b) ¿Qué condiciones deben cumplir e y r para que la intensidad en el circuito no sea nula y el motor pueda funcionar? En este caso, indica el sentido de la intensidad.
c) Determina el valor de la intensidad si el rendimiento del motor del circuito es del 62,5%.
d) Determina los valores de e y r para el valor de la intensidad calculada en el apartado anterior, si el rendimiento del generador e es del 80%.
e) Calcula la diferencia de potencial entre los puntos A y B.
f) Calcula la potencia generada y/o disipada por cada uno de los elementos del circuito.



a) Si consideramos la intensidad con sentido horario:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{\varepsilon - 20 - 30}{r + 10 + 2 + 5 + 3 + 5} = \boxed{\frac{\varepsilon - 50}{r + 25}}$$

(con sentido antihorario $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{-\varepsilon + 20 - 30}{r + 25} = \frac{-\varepsilon - 10}{r + 25} < 0$, luego el sentido es horario)

b) El motor funcionará cuando I>0, dado que transformará energía eléctrica en mecánica: $P_T = \varepsilon' I > 0$. Luego la condición que debe cumplirse:

$$I = \frac{\varepsilon - 50}{r + 25} > 0 \;\rightarrow\; \boxed{\varepsilon > 50\ \text{V}}$$

c) Con la intensidad en sentido horario:

$$\eta_m = \frac{P_T}{P_C} = \frac{\varepsilon' I}{\varepsilon' I + r I^2} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + r I} \;\Rightarrow\; 0.625 = \frac{30}{30 + 3I} \;\Rightarrow\; 30 = 18.75 + 1.875\ I \;\Rightarrow\; \boxed{I = \frac{30 - 18.75}{1.876} = 6\ \text{A}}$$

d) $$\eta_g = \frac{P_s}{P_g} = \frac{\varepsilon I - r I^2}{\varepsilon I} = \frac{\varepsilon - r I}{\varepsilon} \;\Rightarrow\; 0.8 = \frac{\varepsilon - 6r}{\varepsilon} \;\Rightarrow\; 0.8\varepsilon = \varepsilon - 6r \;\Rightarrow\; \varepsilon = 30\, r$$

Conocemos

$$I = 6 = \frac{\varepsilon - 50}{r + 25} = \frac{30\, r - 50}{r + 25} \;\Rightarrow\; 6r + 150 = 30\, r - 50 \;\Rightarrow\; 24\, r = 200 \;\Rightarrow\; \boxed{r = 8.\hat{3}\,\Omega} \;\Rightarrow\; \boxed{\varepsilon = 250\ \text{V}}$$

e) Tomando para el cálculo el camino que pasa por los generadores:

$$V_A - V_B = I_{AB} \sum R - \sum \varepsilon = 6(8.\hat{3} + 10 + 2) - (250 - 20) = 122 - 230 = \boxed{-108\ \text{V}}$$

Podemos verificar el resultado, realizando el cálculo por el otro camino. Al tener un motor debemos seguir la dirección que indica el sentido de la intensidad:

$$V_B - V_A = I_{BA} \sum R - \sum \varepsilon = 6(5 + 3 + 5) - (-30) = 78 + 30 = 108\ \text{V} \;\rightarrow\; V_A - V_B = -108\ \text{V}$$

f) Las resistencias disipan potencia por efecto Joule: $P_J = R\, I^2$

Las dos resistencias de 5Ω

$R(5\Omega) \rightarrow P_J = 5\text{x}6^2 = 180$ W
$R(10\Omega) \rightarrow P_J = 10\text{x}6^2 = 360$ W

El motor transforma potencia, $P_T = \varepsilon' I$, y disipa en su resistencia interna, $r' I^2$, luego la potencia total consumida en el motor:

$P_C = \varepsilon' I + r' I^2 = 30\text{x}6 + 3\text{x}6^2 = 288$ W

El generador de 20 V consume potencia al actuar como receptor:

$P_C = \varepsilon I + r I^2 = 20\text{x}6 + 2\text{x}6^2 = 192$ W

El generador de 250 V genera potencia, εI, y consume parte en su resistencia interna, $r I^2$

- Potencia generada: $P_g = 250\text{x}6 = 1500$ W
- Pérdidas por efecto Joule: $8.\hat{3}\text{x}6^2 = 300\ \text{W}$

Debe cumplirse el balance de potencias:

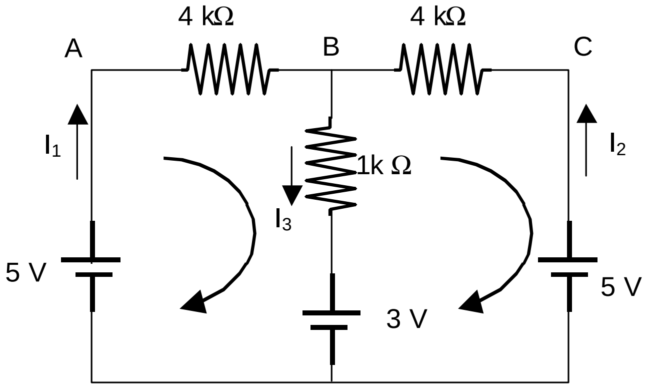
POTENCIA GENERADA TOTAL= POTENCIA CONSUMIDA TOTAL

Potencias generadas = 1500 W
Potencia consumidas = 180x2+360+288+192+300 = 1500 W

Luego se cumple el balance de potencias.

PROBLEMA 3

a) En primer lugar, hacemos un esquema equivalente del circuito planteado.



Aplicando las leyes de Kirchhoff, obtenemos el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left.\begin{array}{rrrl} i_1 & +i_2 & -i_3 & =0 \\ 4i_1 & & +i_3 & =2 \\ & -4i_2 & -i_3 & =-2 \end{array}\right\}$$

Que después de despejar las incógnitas, obtenemos: $i = \begin{pmatrix} 0.333 \\ 0.333 \\ 0.666 \end{pmatrix} mA$

b) Por el método de las mallas, elegimos el sentido de circulación de la figura, y aplicamos la ecuación:

$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} V = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} k\Omega \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} mA$; donde la matriz de impedancias aparece en kΩ, por lo que las intensidades saldrán en mA. La ecuación, resuelta, conduce a:

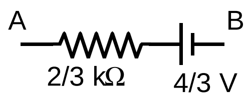
$$J_1 = \frac{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}} = \frac{1}{3} mA \; ; \qquad J_2 = \frac{\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}}{24} = -\frac{1}{3} mA$$

De este modo, las intensidades reales serán:

$I_1 = J_1 = 0{,}333$ mA; $I_2 = -J_2 = 0{,}333$ mA; $I_3 = J_1 - J_2 = 0{,}666$ mA;

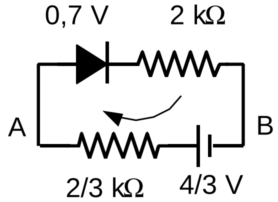
c) Calculamos la ddp entre A y B, obteniendo: $V_{AB} = I_1 \cdot 4 = 4/3$ V.
La resistencia equivalente entre A y B la calculamos teniendo en cuenta que están en paralelo la resistencia de 4 con otra de 1 y otra de 4 kΩ.

$R_{eq} = (4^{-1} + 1^{-1} + 4^{-1})^{-1} =$ Quedando el generador de Thevenin:

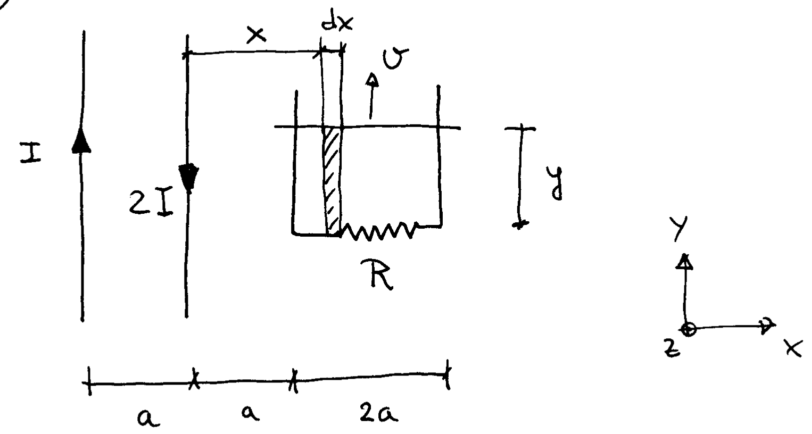


d) Uniendo el generador obtenido a la rama de la figura:

$$I = \frac{\frac{4}{3} - 0{,}7}{2 + \frac{2}{3}} = 0{,}237 \text{ mA}$$



4



a) $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+a)}(-\vec{k})$ T

$$\phi_1 = \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+a)}\, y\, dx = \frac{\mu_0 I y}{2\pi} \ln 2 \text{ wb}$$

b) $\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I \cancel{2}}{\cancel{2}\pi x}\vec{k}$ T

$$\phi_2 = \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I}{\pi x}\, y\, dx = \frac{\mu_0 I y}{\pi} \ln 3 \text{ wb}$$

c) $\phi = |\phi_1 - \phi_2| = \left|\frac{\mu_0 I y}{\pi}\left(\frac{1}{2}\ln 2 - \ln 3\right)\right| = \frac{\mu_0 I y}{\pi} \ln\frac{3}{\sqrt{2}}$ wb en el sentido positivo del eje z

d) $\varepsilon = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \left|\frac{d\phi}{dy}\frac{dy}{dt}\right| = \frac{\mu_0 I}{\pi} v \ln\frac{3}{\sqrt{2}}$ V.

e) $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mu_0 I v}{\pi R}\ln\frac{3}{\sqrt{2}}$ A. Sentido horario

f) $\vec{F} = \int i\, d\vec{l} \wedge \vec{B} = \frac{\mu_0 I v}{\pi R}\ln\frac{3}{\sqrt{2}} \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x+a}\right) dx\, (-\vec{j}) =$

$$= \frac{2v}{R}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2 \ln\frac{3}{\sqrt{2}} \ln\frac{9}{2} (-\vec{j}) \text{ N}$$