Fonaments Físics de la Informàtica (EUI)
6 de setembre de 2002

Departament de Física Aplicada   Nom________________________________

Qüestions

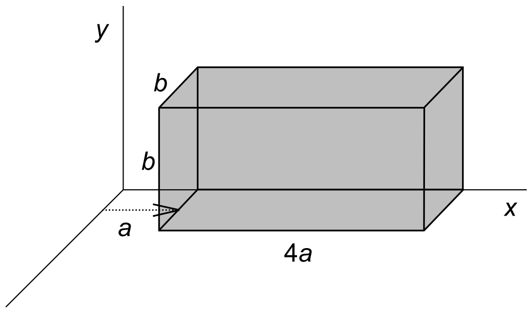
1. Expressa el caràcter físic (escalar o vectorial), dimensions i unitats de les següents magnituds físiques:

   Expresa el carácter físico (escalar o vectorial), dimensiones y unidades de las siguientes magnitudes físicas:

	Caràcter (escalar o vectorial)	Dimensions	Unitats SI
Densitat de corrent	$\vec{J}$ vector	$\mathrm{L^{-2}I}$	$\mathrm{A/m^2}$
Camp elèctric	$\vec{E}$ vector	$\mathrm{MLT^{-3}I^{-1}}$	N/C o V/m
Camp magnètic	$\vec{B}$ vector	$\mathrm{MT^{-2}I^{-1}}$	T
Potencial electrostàtic	V escalar	$\mathrm{ML^2T^{-3}I^{-1}}$	V
Força electromotriu induïda	ε escalar	$\mathrm{ML^2T^{-3}I^{-1}}$	V

2. Calcula el flux del camp vectorial $\vec{E} = k/x\ \vec{i}$ a través del volum de la figura, sent k una constant positiva.

   Calcula el flujo del campo vectorial $\vec{E} = k/x\ \vec{i}$ a través del volumen de la figura, siendo k una constante positiva.



El flujo a través del volumen es la suma del flujo a través de cada cara, siendo positivo si es saliente y negativo si es entrante. Solo hay flujo a través de las caras situadas en las coordenadas a ($F(a)$) y $5a$ ($F(5a)$), siendo en ellas paralelos los vectores $\vec{E}$ y $\vec{S}$, por lo que

$$\Phi(a) = \vec{E}\cdot\vec{S} = -\frac{k}{a}\,b^2 \qquad ; \qquad \Phi(5a) = \vec{E}\cdot\vec{S} = -\frac{k}{5a}\,b^2$$

$$\Phi_{total} = -\frac{k}{a}\,b^2 + \frac{k}{5a}\,b^2 = -\frac{4k}{5a}\,b^2$$

3. Donades les corbes equipotencials representades en la figura:

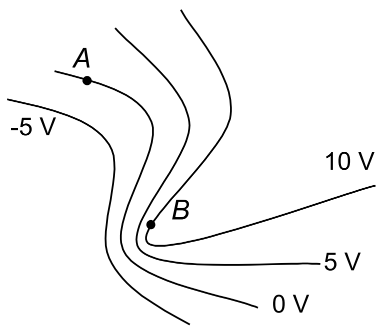
   (a) Representa el vector camp elèctric en els punts A i B (cuidant de representar adequadament mòdul, direcció i sentit)

   (b) Calcula el treball realitzat per les forces del camp elèctric al traslladar una càrrega de 2μC des de A fins a B.

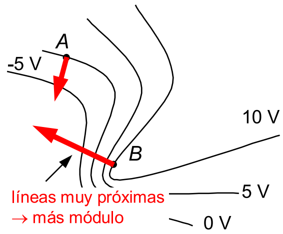
   Dadas las curvas equipotenciales representadas en la figura:

   (a) Representa el vector campo eléctrico en los puntos A y B (cuidando de representar adecuadamente módulo, dirección y sentido)

   (b) Calcula el trabajo realizado por las fuerzas del campo eléctrico al trasladar una carga de 2μC desde A hasta B.



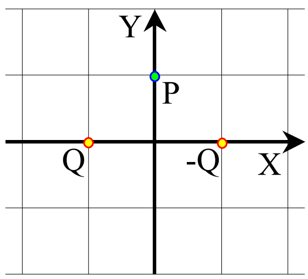
(a) El campo eléctrico es el gradiente de potencial cambiado de signo, $\vec{E} = -\nabla V$, por lo que se representará con vectores perpendiculares a las superficies, de módulo inversamente proporcional a la separación entre las curvas, y dirigido hacia valores decrecientes.



(b) El trabajo realizado por las fuerzas del campo al trasladar una carga q de A a B es

$$W = -q\triangle V = -q(V_B - V_A) = -2(10 - 0) = -20\ \mu\text{J}$$

4. Siguen dues càrregues de valor Q i $-Q$ situades en els punts $(-a, 0, 0)$ i $(a, 0, 0)$. Determinar les expressions de la intensitat del camp elèctric i el potencial en el punt P $(0, a, 0)$. Seria possible anul·lar el camp en el dit punt situant una altra càrrega de valor Q en una altra posició? i el potencial? Justifica la resposta.



Sean dos cargas de valor Q y $-Q$ situadas en los puntos $(-a, 0, 0)$ y $(a, 0, 0)$. Determinar las expresiones de la intensidad del campo eléctrico y el potencial en el punto P $(0, a, 0)$. ¿Sería posible anular el campo en dicho punto situando otra carga de valor Q en otra posición? ¿y el potencial? Justifica la respuesta.

$$\vec{E_Q}(P) = k\frac{Q}{2a^2}\frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}}$$
$$\vec{E_{-Q}}(P) = k\frac{-Q}{2a^2}\frac{-\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{E}(P) = k\frac{Q}{a^2\sqrt{2}}\vec{i}$$

$$V(P) = k\frac{Q}{a\sqrt{2}} + k\frac{-Q}{a\sqrt{2}} = 0$$

Si situem una càrrega Q al punt $(2^{1/4}a, a, 0)$ el camp total $\vec{E}(P) = 0$ i el potencial $V(P) \neq 0$.

5. Es carrega un condensador pla de capacitat C connectant-lo a una font de tensió V. Després de desconnectar la font, separem les plaques fins a duplicar la distància que les separa, i introduïm un dielèctric de permitivitat relativa 6 omplint totalment l'espai de separació.

(a) Completa el quadro per a les distintes variables de l'experiència.

(b) En una segona experiència, se'ns oblida desconnectar la font. Com evolucionaran les variables?

Se carga un condensador plano de capacidad C conectándolo a una fuente de tensión V. Tras desconectar la fuente, separamos las placas hasta duplicar la distancia que las separa, e introducimos un dieléctrico de permitividad relativa 6 llenando totalmente el espacio de separación.

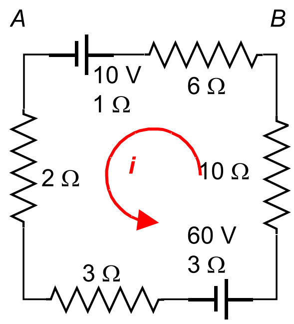
(a) Completa el cuadro para las distintas variables de la experiencia.

(b) En una segunda experiencia, se nos olvida desconectar la fuente. ¿Cómo evolucionarán las variables?

	Capacitat	Càrrega	Tensió
a)	$3C$	CV	$V/3$
b)	$3C$	$3CV$	V

En a) la carga no varía porque el condensador está aislado. La capacidad del condensador se triplica (multiplica por 6 y divide por 2). En b) la tensión no varía, por lo que el condensador admite 3 veces más carga.

6. En el circuit de la figura, troba la diferència de potencial entre els punts A i B.
En el circuito de la figura, halla la diferencia de potencial entre los puntos A y B.
La intensidad que circula la obtenemos con la ecuación del circuito



$$i = \frac{60-10}{25} = 2 \text{ A}$$

entonces $V_{AB} = \sum iR - \sum \varepsilon = -2 \cdot 7 - 10 = -24$ V. Observad que la intensidad es negativa, porque hemos hallado $V_{AB} = V_A - V_B$, y la corriente va de B a A.

7. Dissenya un experiment que et permeta diferenciar entre un material conductor i un material semiconductor, explicant quina és la diferència de comportament que et permetria diferenciar-los.

Diseña un experimento que te permita diferenciar entre un material conductor y un material semiconductor, explicando cuál es la diferencia de comportamiento que te permitiría diferenciarlos.

Cualquiera de las características que diferencian a los conductores de los semiconductores, expuestas en el tema 8 de la asignatura. Por ejemplo, realizando una medida de la conductividad eléctrica o la variación de la conductividad con la temperatura.

8. Troba la concentració d'electrons i buits en el silici a 300 K dopat amb arsènic en una concentració de $8 \cdot 10^{20}$ m^{-3}. ($n_i(300 \text{ K}) = 1,5 \cdot 10^{16}$ m^{-3}).

Halla la concentración de electrones y huecos en el silicio a 300 K *dopado con arsénico en una concentración de* $8 \cdot 10^{20}$ m^{-3}. ($n_i(300 \text{ K}) = 1,5 \cdot 10^{16}$ m^{-3}).

Debido a que la concentración de impurezas es mucho más grande que la concentración intrínseca, y puesto que el arsénico es un átomo donador para el silicio, la concentración de electrones es aproximadamente igual a la concentración de impurezas

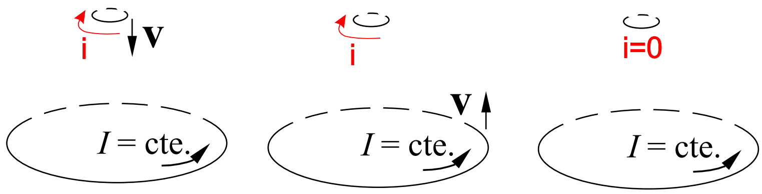
$$n \simeq 8 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

y aplicando la ley de acción de masas la concentración de huecos será

$$n \cdot p = n_i^2 \qquad \Rightarrow \qquad p = \frac{n_i^2}{n} \simeq 2.8 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

9. Enuncia la llei de Lenz i aplica-la als següents sistemes formats per dos espires per a conèixer el sentit del corrent induït en l'espira xicoteta.

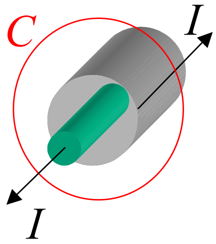
Enuncia la ley de Lenz y aplícala a los siguientes sistemas formados por dos espiras para conocer el sentido de la corriente inducida en la espira pequeña.



El sentit del corrent induït és tal que crea un flux magnètic que s'oposa al canvi en el flux magnètic a través del circuit.

10. Demostra que el camp magnètic en l'exterior d'un cable coaxial, pel que circula una intensitat I, és nul (tin en compte que en un cable coaxial la intensitat que circula pel cable interior torna per la malla externa).

Demuestra que el campo magnético en el exterior de un cable coaxial, por el que circula una intensidad I, es nulo (ten en cuenta que en un cable coaxial la intensidad que circula por el cable interior vuelve por la malla externa).



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(I - I) = 0$$

i per simetria axial B és constant a la corba C exterior al cable, per tant $\vec{B} = 0$.

Fonaments Físics de la Informàtica (EUI)
6 de setembre de 2002

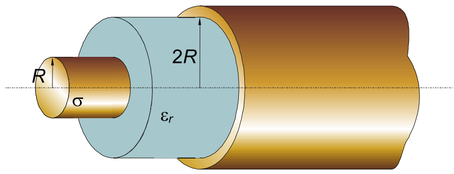
Departament de Física Aplicada Nom____

Problemes

1. Un cilindre massís i conductor, de radi R i longitud $L >> R$ es carrega amb una densitat superficial de càrrega σ positiva.

   (a) Calcula la càrrega total en la superfície del cilindre.

   A continuació s'embolica el cilindre amb un dielèctric de radi exterior $2R$ i permitivitat dielèctrica relativa ε_r, i el dielèctric es rodeja, al seu torn, d'un altre cilindre conductor, concèntric al primer, i de gruix menyspreable. En estes condicions:



   (b) Calcula el camp elèctric en l'interior del dielèctric, en un punt que diste r de l'eix del cilindre.

   (c) Calcula la diferència de potencial entre els dos cilindres conductors.

   (d) Calcula la capacitat del conjunt.

   Un cilindro macizo y conductor, de radio R y longitud $L >> R$ se carga con una densidad superficial de carga σ positiva.

   (a) Calcula la carga total en la superficie del cilindro.

   A continuación se envuelve el cilindro con un dieléctrico de radio exterior $2R$ y permitividad dieléctrica relativa ε_r, y el dieléctrico se rodea, a su vez, de otro cilindro conductor, concéntrico al primero, y de espesor despreciable. En estas condiciones:

   (b) Calcula el campo eléctrico en el interior del dieléctrico, en un punto que diste r del eje del cilindro.

   (c) Calcula la diferencia de potencial entre los dos cilindros conductores.

   (d) Calcula la capacidad del conjunto.

   Solució

   (a)

$$Q = \sigma S = \sigma 2\pi R L$$

   (b) Aplicando el teorema de Gauss a una superficie cilídrica de longitud h y de radio r comprendido entre R y $2R$, donde está el dieléctrico:

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES = E 2\pi r h = \frac{Q_{dentro}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma 2\pi R h}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$E_{dieléctrico} = \frac{\sigma 2\pi R h}{2\pi r h \varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma R}{r \varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

   campo en dirección normal al eje del conductor y en dirección hacia fuera.

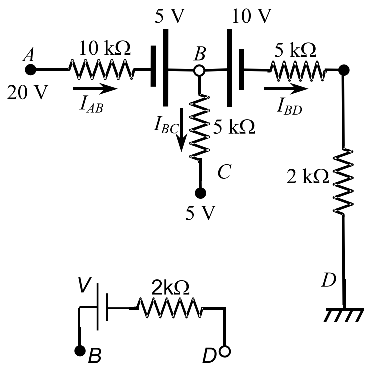
   (c)

$$V_{12} = \int_R^{2R} E\, dr = \int_R^{2R} \frac{\sigma R}{r \varepsilon_0 \varepsilon_r}\, dr = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \ln 2$$

   (d)

$$C = \frac{Q}{V_{12}} = \frac{\sigma 2\pi R L}{\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \ln 2} = \frac{2\pi L \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln 2}$$

2. Donat el circuit de la figura:



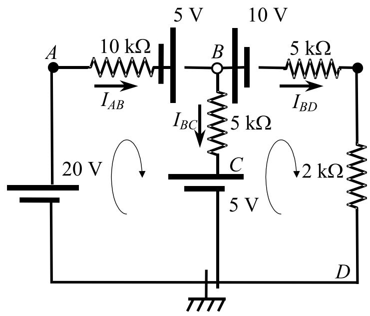
   (a) Determina les intensitats de branca I_{AB}, I_{BC}, i I_{BD} mitjançant les lleis de Kirchhoff.
   (b) Determina les intensitats de branca I_{AB}, I_{BC}, i I_{BD} mitjançant el mètode de les malles.
   (c) Calcula la resistència equivalent del circuit entre els punts B i D.
   (d) Dibuixa l'equivalent de Thevenin entre els punts B i D, indicant clarament la seua polaritat.
   (e) En paral·lel als punts B i D del circuit es connecta la branca de la figura, amb un receptor i una resistència de 2kΩ. Calcula el valor de la força contraelectromotriu V del receptor perquè circule un corrent de 2mA.

Dado el circuito de la figura:

   (a) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BC}, e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
   (b) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BC}, e I_{BD} mediante el método de las mallas.
   (c) Calcula la resistencia equivalente del circuito entre los puntos B y D.
   (d) Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y D, indicando claramente su polaridad.
   (e) En paralelo a los puntos B y D del circuito se añade la rama de la figura, con un receptor y una resistencia de 2kΩ. Calcula el valor de la fuerza contraelectromotriz V del receptor para que circule una corriente de 2mA.

Solució

Redibujemos el circuito para observar claramente las mallas:



   (a) Leyes de Kirchoff

$$I_{AB} = I_{BC} + I_{BD}$$
$$10 I_{AB} + 5 I_{BC} = 20$$
$$7 I_{BD} - 5 I_{BC} = -5$$

$$I_{BD} = 5/31 = 0.16\ mA$$
$$I_{BC} = (5 + 7 I_{BD})/5 = 1.22\ mA$$
$$I_{AB} = I_{BC} + I_{BD} = 1.22 + 0.16 = 1.38\ mA$$

   (b) Método de las mallas

$$\begin{bmatrix} 20 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

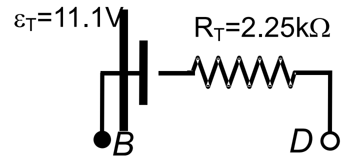
$$I_{AB} = J_1 = 1.38\ mA$$
$$I_{BD} = J_2 = 0.16\ mA$$
$$I_{BC} = J_1 - J_2 = 1.22\ mA$$

(c) Resistencia equivalente del circuito entre los puntos B y D

$$R_{BD} = \frac{1}{1/10 + 1/5 + 1/7} = \frac{350}{35 + 70 + 50} = 2.25\ k\Omega$$

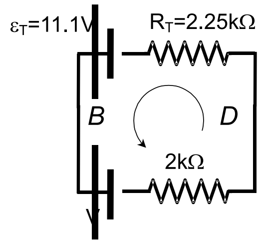
(d) El equivalente de Thevenin entre los puntos B y D y su polaridad

$$\varepsilon_T = V_B - V_D = \sum RI - \sum V = 7I_{BD} + 10 = 11.1\ V$$
$$R_T = R_{BD} = 2.25\ k\Omega$$

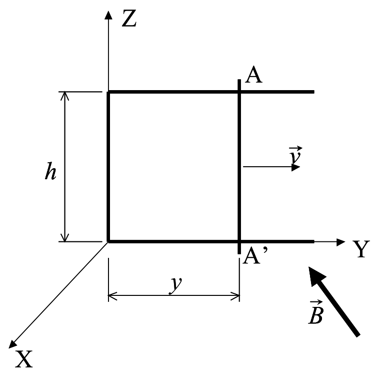


(e) Para que circule una corriente de 2 mA

$$I = \sum \varepsilon / \sum R = 2 = (11.1 - V)/4.25 \qquad \Rightarrow \qquad V = 11.1 - 8.5 = 2.6\ V$$



3. La espira rectangular de la figura està situada sobre el pla YZ en la posició assenyalada en el dibuix. El braç AA' es mou amb velocitat constant $\vec{v}$ en la direcció positiva de l'eix OY. Sobre l'espira actua un camp magnètic d'expressió $\vec{B} = 2z\vec{i}$. Determina:
   (a) El flux magnètic a través de l'espira,
   (b) La força electromotriu induïda.
   (c) Si la resistència elèctrica de l'espira és R,
      i. calcula la intensitat de corrent induïda, el sentit de la mateixa, i
      ii. la força magnètica sobre el braç mòbil.



La espira rectangular de la figura está situada sobre el plano YZ en la posición señalada en la figura. El conductor AA' se mueve con velocidad constante $\vec{v}$ en la dirección positiva del eje OY. Sobre la espira actua un campo magnético $\vec{B} = 2z\vec{i}$. Determina:

(a) El flujo magnético a través de la espira,

(b) La fuerza electromotriz inducida.

(c) Si la resistencia eléctrica de la espira es R,

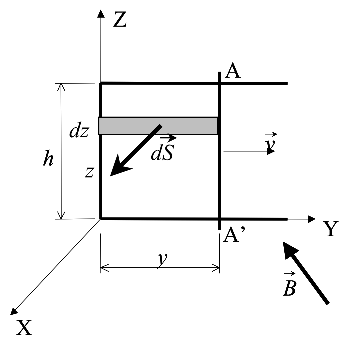
i. calcula la intensidad de corriente inducida, el sentido de la misma, y

ii. la fuerza magnética sobre el conductor móvil.

Solució

(a)

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S 2z\,\vec{i} \cdot dS\,\vec{i} = \int_S 2z\,dS = \int_0^h 2zy\,dz = yh^2$$



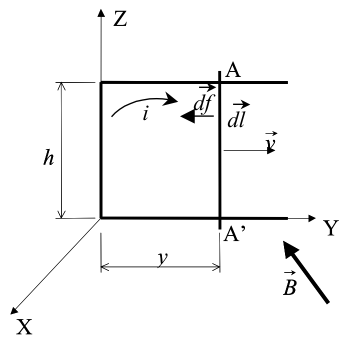
(b)

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{dy}\frac{dy}{dt} = h^2 v$$

(c)

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{h^2 v}{R}$$

el flux augmenta. La llei de Lenz implica que el corrent induït s'ha d'oposar al augment creant un camp en sentit contrari. Com que al plantejar el càlcul del flux hem utilitzat un sentit de la superfície elemental el positiu de l'eix OX, i el flux ha resultat positiu, el corrent induït haurà de anar en sentit horari per donar un camp amb flux negatiu.



$$d\overrightarrow{f} = i(d\overrightarrow{l} \times \overrightarrow{B})$$

$$d\overrightarrow{l} = -dz\overrightarrow{k}$$

$$d\overrightarrow{f} = i(-dz\overrightarrow{k} \times 2z\overrightarrow{i}) = -i2z\overrightarrow{j}dz$$

$$\overrightarrow{F} = \int_0^h -i2z\overrightarrow{j}dz = -\frac{h^2 v}{R}h^2\overrightarrow{j}$$