DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA
EJERCICIO CUESTIONES DE FFI
2 de Febrero de 2005

Escola Tècnica Superior d'Informàtica Aplicada

Nombre y apellidos:

1. Halla la ecuación de dimensiones e indica las unidades y el carácter escalar o vectorial de las siguientes magnitudes:

Magnitud	Ecuación de dimensiones	Unidades (SI)	Escalar /vectorial
Intensidad de corriente	$[I] = I$	Amperio A	E
Resistencia eléctrica	$[R] = ML^2T^{-3}I^{-2}$	Ohmio Ω	E
Diferencia de potencial	$[V] = ML^2T^{-3}I^{-1}$	Voltio V	E
Carga	$[Q] = IT$	Culombio C	E
Capacidad	$[C] = M^{-1}L^{-2}T^4I^2$	Faradio F	E

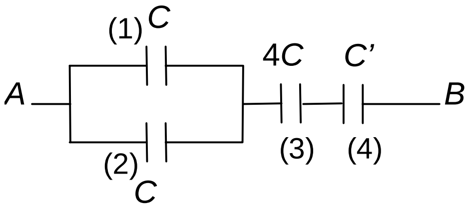
2. Conocido el potencial eléctrico en dos puntos A y B, $V_A = 10$ V, $V_B = 20$ V, ¿Cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas eléctricas para desplazar una carga $q = 2\ \mu$C desde A hasta B?
¿Qué significa que dicho trabajo sea positivo / negativo?

$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B) = 2 \cdot 10^{-6}\,(10 - 20) = -2 \cdot 10^{-5}$ J

$W_{A\to B} < 0$ significa que el trabajo se está realizando en contra del campo o de la fuerza eléctrica (**F** = q **E**), ya que $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^B q\vec{E}.d\vec{r}$, si el producto escalar es negativo es que el desplazamiento y la fuerza eléctrica van en sentidos contrarios.

También se puede decir que como $W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B) = (U_A - U_B)$, si es negativo es la energía de q en B es mayor que en A.

3. Entre los puntos *A* y *B* de la asociación de condensadores de la figura se aplica una diferencia de potencial *V*. El condensador 4 tenía una capacidad *C* vacío, pero se rellena de dieléctrico de $\varepsilon_r = 4$ antes de aplicar la diferencia de potencial *V*. Halla la capacidad *C'* de este condensador, la carga y la diferencia de potencial en cada condensador.



1º) C' = 4C;

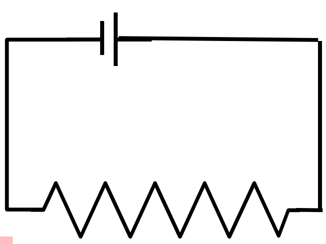
	Q	***V***
(1)	CV/2	V/2
(2)	CV/2	V/2
(3)	CV	V/4
(4)	CV	V/4

4. Enuncia la ley de Ohm macroscópica y la ley de Ohm microscópica.

Ley de Ohm : *La diferencia de potencial en los extremos de un conductor es directamente proporcional a la intensidad que circula por éste.* $V_a - V_b = \Delta V = IR$

Ley de Ohm microscópica: *La densidad de corriente en un punto es directamente proporcional al campo eléctrico en dicho punto.* $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

5. Define la fuerza electromotriz de un generador e indica cuánto valen la potencia generada y la potencia suministrada por dicho generador cuando éste se conecta a una resistencia *R* como se indica en la figura.



Fuerza electromotriz de un generador (f.e.m.) es la energía producida por unidad de carga que atraviesa el generador $\varepsilon = \frac{dU}{dq}$

Potencia generada: $P_g = \varepsilon I = \varepsilon \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{\varepsilon^2}{r+R}$

Potencia suministrada: $P_s = \varepsilon I - rI^2 = \frac{\varepsilon^2}{r+R} - r\frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} = \frac{\varepsilon^2 R}{(r+R)^2}$

6.- Una barra de material semiconductor intrínseco, de longitud l = 1 cm y sección S = 2 mm^2, tiene una resistencia eléctrica R = 1250 Ω. Calcula la concentración intrínseca n_i de pares electrón-hueco si sus movilidades son μ_n = 0.2 m^2/V·s y μ_p = 0.06 m^2/V·s.

$n_i = \sigma / (e(\mu_p+\mu_n))$ $\quad\quad$ $\sigma = l / RS$

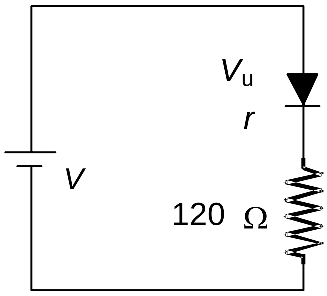
σ=0.01/(1250. 2.10^{-6})= 4 Ω^{-1}m^{-1}

n_i = 4 / (1,6.10^{-19}(0.2+0.06)) = 9,6.10^{19} p/m^3

7.- Por el circuito de la figura circula una corriente I_1 = 39 mA cuando el generador suministra una tensión V_1 = 5 V.

a) Calcula la tensión umbral V_u del diodo en la segunda aproximación.

b) Sabiendo que si el generador suministra otra tensión V_2 = 10 V, la corriente es entonces I_2 = 80 mA, calcula la tensión umbral V_u y la resistencia interna *r* del diodo en la tercera aproximación.

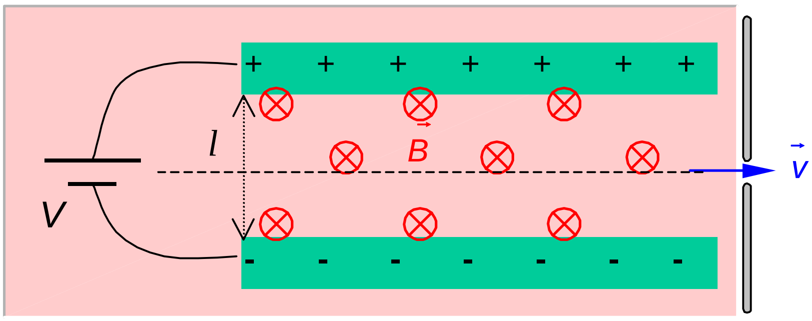


a) Vu = 5 – 120.0,039 = 0.32 V

b) 10 – Vu – (120 +r).0,08 = 0
5 – Vu – (120 +r).0,039 = 0

Vu = 0.24 V
r = 1.95 Ω

8.- Explica brevemente el funcionamiento del selector de velocidades de la figura y calcula la velocidad de las partículas obtenidas en función del campo magnético *B*, la diferencia de potencial *V* y la distancia *l*.



Un selector de velocidades es un dispositivo que es capaz de dejar pasar cargas que tengan una velocidad determinada. Cuando una partícula cargada penetra en el área delimitada por las dos laminas enfrentadas es sometida a un campo magnético y a un campo eléctrico. Dichos campos ejercen un par de fuerzas opuestas y solamente pasan las cargas cuya velocidad hace que ambas fuerzas se anulen.

qE=qvB   dicha velocidad es por tanto   v=E/B

expresada usando el potencial electrostatico queda:

v=V/Bl

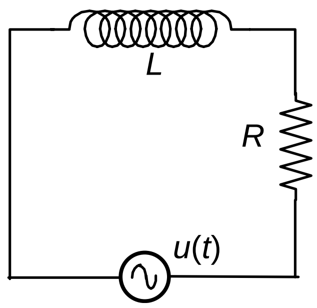
9.- Enuncia el teorema de Ampère y aplícalo para calcular el campo magnético generado por una corriente *I* rectilínea muy larga a una distancia *r* de la misma.

“La circulación del campo magnético en una curva cerrada es igual a la permeabilidad magnética del vacío por la suma de las corrientes que atraviesan la superficie delimitada por la curva.”

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I$$

$BL=\mu_0 I$ $B= \mu_0 I / 2\pi r$

10.- Calcula la autoinducción *L* y la resistencia *R* del circuito de la figura, sabiendo que la tensión aplicada es $u(t) = 311 \cos(314t + 45º)$ V y la corriente que circula $i(t) = 5{,}94 \cos(314t + 27{,}6º)$ A.



$Z= 311 / 5.94 = 52{,}3\ \Omega$

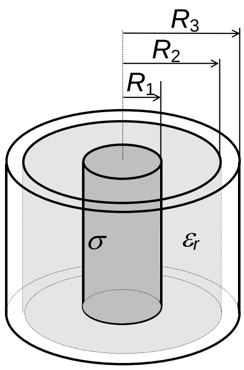
$\varphi=\varphi_u-\varphi_i = 45^o – 27{,}6^o =17{,}4^o$

$R=Z \cos\varphi = 15.5\ \Omega$

$L=Z\ \mathrm{sen}\varphi /\omega= 0.16$ H

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA EJERCICIO PROBLEMAS DE FFI 2 de Febrero de 2005
Nombre y apellidos:

1.- Sea un conductor cilíndrico de longitud indefinida, radio R_1, y cargado con una densidad superficial de carga σ.
Rodeamos dicho cilindro con otro cilindro conductor, concéntrico con el anterior, también de longitud indefinida y de radios R_2 y R_3, tal como se muestra en la figura. El espacio entre los dos conductores se rellena de un material dieléctrico de permitividad relativa ε_r.
a) Calcula el campo eléctrico en cada punto del espacio: ($r<R_1$; $R_1<r<R_2$; $R_2<r<R_3$; $R_3<r$).
b) Determina la diferencia de potencial entre $r = R_1$ y $r = R_2$.
c) Calcula la capacidad de un segmento de longitud L de dicho sistema.



a) El camp elèctric **E**(r) a una distància r de l'eix és

$r < R_1$ $\rightarrow$ a l'interior del conductor en equilibri, **E** = 0

$R_1 < r < R_2$ $\rightarrow$ el camp te direcció radial i cap a fora al dielèctric, aplicant el teorema de Gauss a una superfície cilíndrica coaxial de longitud l i radi r,

$$\int \epsilon_r \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{dS} = \frac{q}{\epsilon_0} \;\rightarrow\; E\,S = E\,2\pi\,r\,l = \frac{\sigma\,2\pi\,R_1 l}{\epsilon_0 \epsilon_r} \;\rightarrow\; E = \frac{\sigma\,R_1}{\epsilon_0 \epsilon_r\,r}$$

$R_2 < r < R_3$ $\rightarrow$ a l'interior del conductor en equilibri, **E** = 0

$r > R_3$ $\rightarrow$ fora, aplicant el teorema de Gauss a una superfície cilíndrica coaxial de longitud l i radi r,

$$\int \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{dS} = \frac{q}{\epsilon_0} \;\rightarrow\; E\,S = E\,2\pi\,r\,l = \frac{\sigma\,2\pi\,R_1 l}{\epsilon_0} \;\rightarrow\; E = \frac{\sigma\,R_1}{\epsilon_0\,r}$$

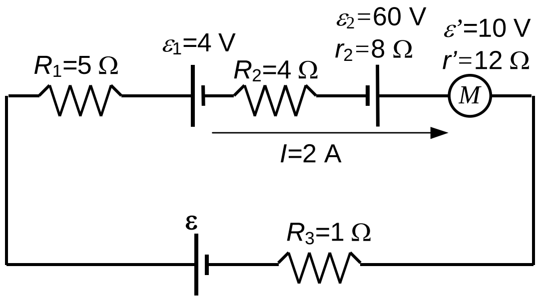
b) La diferència de potencial entre els dos conductors és

$$V(R_1) - V(R_2) = -\int_{R_2}^{R_1} \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{dr} = -\int_{R_2}^{R_1} \frac{\sigma\,R_1}{\epsilon_0 \epsilon_r\,r}\,dr = \frac{\sigma\,R_1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

c) La capacitat del condensador format per un tram de longitud L dels dos conductors és

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\sigma\,2\pi\,R_1\,L}{\dfrac{\sigma\,R_1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{2\pi\,L\,\epsilon_0 \epsilon_r}{\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$$

2.- Dado el circuito de la figura:
a) Determina el valor de la fuerza electromotriz ε para que la intensidad que circula por el circuito sea de 2 A en el sentido indicado.
b) Calcula la potencia generada y/o consumida por cada uno de los elementos del circuito.
c) Calcula el rendimiento de cada uno de los generadores y motores del circuito



a) Aplicant l'equació del circuit

$$I=\frac{\sum \varepsilon}{\sum R}=\frac{46+\varepsilon}{30} \quad \rightarrow \quad \varepsilon=14V$$

b) Les potències consumides pels receptors son

$$p(\varepsilon_1)=I\,\varepsilon_1=8W \quad , \quad p(\varepsilon')=I\,\varepsilon'+I^2 r'=68W$$

les potències consumides per l'efecte Joule son

$$p(R_1)=I^2 R_1=20W \quad , \quad p(R_2)=16W \quad , \quad p(R_3)=4W \quad , \quad p(r_2)=32W$$

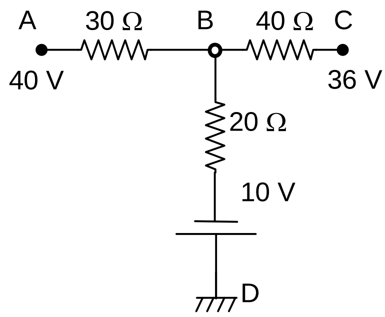
i les potencies generades

$$p(\varepsilon_2)=I\,\varepsilon_2=120W \quad , \quad p(\varepsilon)=I\,\varepsilon=28W$$

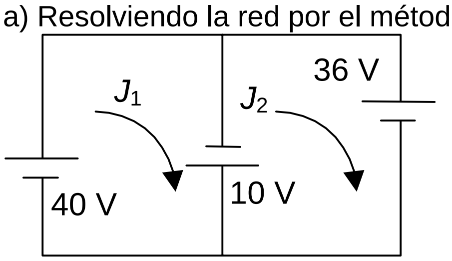
Lògicament, tant la suma de potencies consumides com la de generades és igual a 148 W.

c) Els rendiments del generador ideal de fem ε i del receptor ideal de fcem ε_1 son del 100%. Els altres son $\eta(\varepsilon_2)=\frac{88}{120}=73$ % i $\eta(\varepsilon')=\frac{20}{68}=29$ %

3. Dada la red de la figura,
a) Calcula i_{AB}, i_{BC} e i_{BD}.
b) Calcula el generador equivalente de Thevenin entre B y D.
c) ¿Qué potencia consumiría una resistencia de 50 Ω conectada entre B y D.



a) Resolviendo la red por el método de las mallas:



$$\begin{pmatrix} 50 \\ -46 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 50 & -20 \\ -20 & 60 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

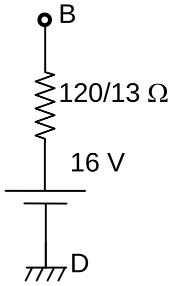
$$J_1 = \frac{\begin{pmatrix} 50 & -20 \\ -46 & 60 \end{pmatrix}}{2600} = \frac{3000 - 920}{2600} = 0{,}8\text{ A};$$

$$J_2 = \frac{\begin{pmatrix} 50 & 50 \\ -20 & -46 \end{pmatrix}}{2600} = \frac{-2300 + 1000}{2600} = -0{,}5\text{ A}$$

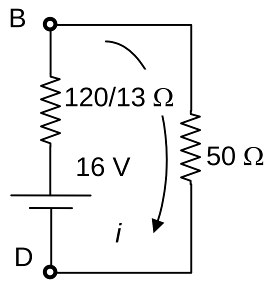
$i_{AB} = J_1 = 0{,}8$ A; $i_{BC} = J_2 = -0{,}5$ A; $i_{BD} = J_1 - J_2 = 1{,}3$ A

b) $V_{BD} = i_{BD}R_{BD} - \varepsilon = 1{,}3 \cdot 20 - 10 = 16$ V

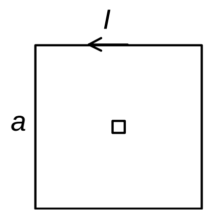
$$R_{BD} = \left((30)^{-1} + (20)^{-1} + (40)^{-1}\right)^{-1} = \frac{120}{13}\,\Omega$$



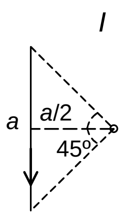
c) $i = \dfrac{16}{\dfrac{120}{13} + 50} = 270$ mA ; $P = i^2R = 3{,}65$ W



4. Por una espira cuadrada de lado *a*, circula una intensidad *I* en el sentido indicado en la figura. Calcula:
a) Campo magnético en el centro del cuadrado.
b) Si en el centro se coloca otra espira cuadrada coplanaria con la anterior, muy pequeña, de lado *b*<<<*a*, ¿qué flujo atravesará ésta?
c) ¿Cuál es el coeficiente de inducción mutua entre ambas espiras?
d) Si por la espira pequeña circulara una intensidad $i_b = i_0\cos\omega t$, ¿qué intensidad se induciría en la espira grande?



a) Se puede considerar el cuadrado como 4 corrientes de longitud *a* cuyos efectos se superponen, produciendo un campo magnético saliente respecto del papel.



$$B = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi x}(\operatorname{sen}\theta_2 + \operatorname{sen}\theta_1) =$$

$$4\frac{\mu_0 I_a}{4\pi \frac{a}{2}}(\operatorname{sen}45º + \operatorname{sen}45º) = \frac{2\mu_0 I_a}{\pi a}2\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I_a}{\pi a}$$

siendo I_a la intensidad que circula por la espira de lado *a*.

b) La expresión obtenida en el apartado a) es válida únicamente en el centro. Sin embargo, dado que la espira de lado *b* es muy pequeña, puede suponerse que el campo es homogéneo en todos los puntos del cuadrado de lado *b*.

Al ser coplanaria, $\Phi_b = \vec{B} \cdot \vec{S} \approx B_{centro} S = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I_a}{\pi a} b^2$

c) $M = \frac{\Phi_b}{I_a} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 b^2}{\pi a}$

d) Dado que $M_{AB} = M_{BA}$, $\Phi_a = M i_b = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 b^2}{\pi a} i_0 \cos \omega t$, y aplicando la ley de Faraday,

$$\varepsilon = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}\left|\frac{2\sqrt{2}\mu_0 b^2}{\pi a} i_0 \cos \omega t\right| = \frac{2\sqrt{2}\omega\mu_0 b^2}{\pi a} i_0 \operatorname{sen} \omega t$$

Y si conociéramos la resistencia de la espira, R_b, la intensidad inducida sería ε / R_b.